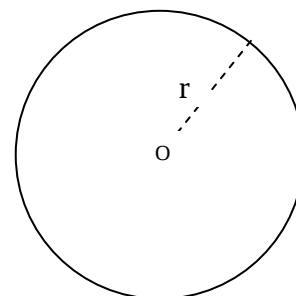


6. CIRCUNFERENCIA

6.1 Definición y notación de una circunferencia

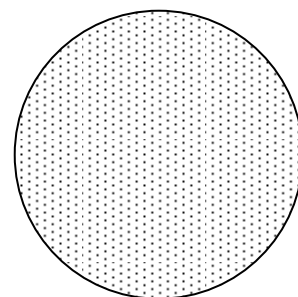
La **circunferencia** es una curva plana y cerrada, cuyos puntos equidistan de otro punto interior llamado centro.

La superficie limitada por la circunferencia, es decir, la parte interior, es llamada **círculo**.



Una circunferencia o un círculo se denota por las letras centro “O” y del radio “r”: $C(O, r)$.

Su simbología puede ser expresada como $\odot$

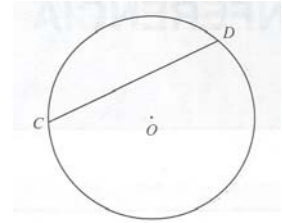


6.2 Elementos de una circunferencia

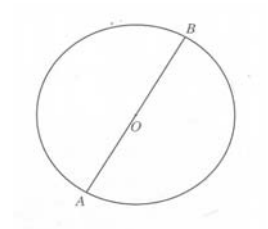
La circunferencia puede ser cortada en varios de sus puntos por varios tipos de rectas, llamadas:

- Cuerda
- Flecha o ságita
- Radio
- Tangente
- Arco
- Diámetro
- Secante

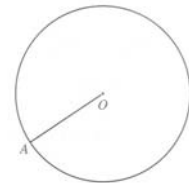
Cuerda: Es un segmento de recta cuyos extremos están en la circunferencia.



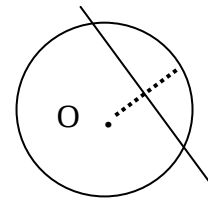
Diámetro: Es el segmento que une dos puntos de la circunferencia, pasando por su centro. Este segmento representa la cuerda de mayor longitud que puede trazarse en la circunferencia.



Radio: Recta que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.



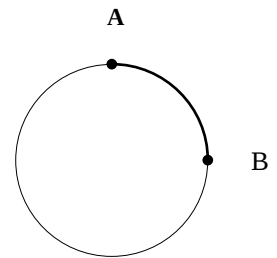
Secante: Es la recta que corta a la circunferencia en dos puntos.



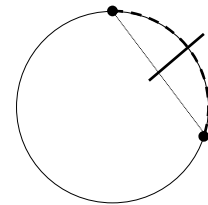
Tangente: Recta que tiene un solo punto común con la circunferencia.



Arco: Es una porción de la circunferencia determinada por dos de sus puntos llamados extremos.



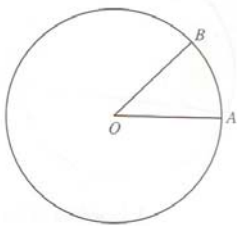
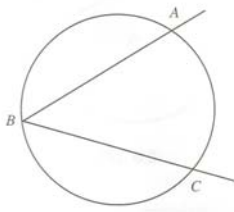
Flecha: Es la parte del radio, perpendicular que va del punto medio de la cuerda hacia el arco subtendido por ella.

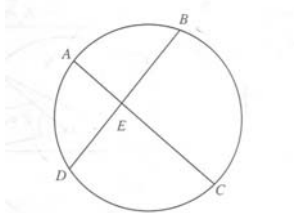
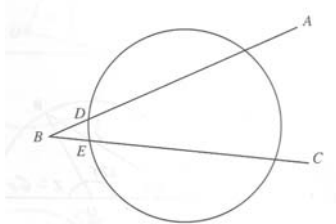


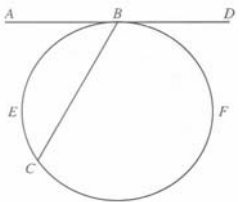
6.3 Ángulos en la circunferencia

En una circunferencia se trazan diversos ángulos, los cuales reciben su nombre de acuerdo con la posición que presenta el vértice. Siendo los siguientes:

- Ángulo central
- Ángulo excéntrico o interior
- Ángulo semi-inscrito
- Ángulo inscrito
- Ángulo exterior

ÁNGULO CENTRAL	ÁNGULO INSCRITO
Tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son radios. Su medida es igual a la medida de su arco correspondiente.	Es aquel cuyo vértice coincide con cualquier punto de la circunferencia y sus lados pasan por dos puntos de la circunferencia. Su medida es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.
 $\angle AOB = \text{arco}AB$	 $\angle ABC = \frac{\text{arco}AC}{2}$

ÁNGULO EXCÉNTRICO o INTERIOR	ÁNGULO EXTERIOR
Es cualquier ángulo cuyo vértice es un punto interior de una circunferencia. El vértice no coincide con el centro. Su medida es igual a la semisuma de las medidas de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones.	Es cualquier ángulo que tiene su vértice en un punto exterior de una circunferencia, y sus lados cortan a la misma. Su medida es igual a la semidiferencia de la medida de los arcos comprendidos por sus lados.
 $\angle E = \frac{\text{arco}AB + \text{arco}DC}{2}$	 $\angle B = \frac{\text{arco}AC - \text{arco}DE}{2}$

ÁNGULO SEMI-INSCRITO
Es aquel cuyo vértice es un punto cualquiera de una circunferencia; pero uno de sus lados es una secante, y el otro una tangente a la misma. Su medida es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados
 $\angle ABC = \frac{\text{arco}BEC}{2}$

EJERCICIO 6 -1

INSTRUCCIONES.- Relaciona las columnas escribiendo dentro del paréntesis el número que corresponda a la respuesta correcta.

- | | |
|---|--------------------|
| 1) Es una curva plana y cerrada, cuyos puntos equidistan de otro punto interior llamado centro. | () Arco |
| 2) Superficie limitada por la circunferencia, es decir la parte interior. | () Flecha |
| 3) Segmento de recta cuyos extremos están en la circunferencia. | () Diámetro |
| 4) Es una porción de la circunferencia determinada por dos de sus puntos llamados extremos. | () Circunferencia |
| 5) Es la parte del radio, perpendicular que va del punto medio de la cuerda hacia el arco subtendido por ella. | () Tangente |
| 6) Es la recta que corta a la circunferencia en dos puntos. | () Radio |
| 7) Recta que une el centro con cualquier punto de la circunferencia. | () Cuerda |
| 8) Recta que tiene un solo punto común con la circunferencia. | () Secante |
| 9) Es el segmento que une dos puntos de la circunferencia, pasando por su centro. Este segmento representa la cuerda de mayor longitud que puede trazarse en la circunferencia. | () Círculo |

EJERCICIO 6 -2

INSTRUCCIONES.- Subraya la respuesta correcta de cada una de las siguientes preguntas.

1) Es cualquier ángulo cuyo vértice es un punto interior de una circunferencia. El vértice no coincide con el centro. Su medida es igual a la semisuma de las medidas de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones.

A) Central B) Interior C) Inscrito D) Exterior E) Semi-inscrito.

2) Es aquel ángulo cuyo vértice es un punto cualquiera de una circunferencia; pero uno de sus lados es una secante, y el otro una tangente a la misma. Su medida es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.

A) Central B) Interior C) Inscrito D) Exterior E) Semi-inscrito

3) Ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son radios. Su medida es igual a la medida de su arco correspondiente.

A) Central B) Interior C) Inscrito D) Exterior E) Semi-inscrito

4) Es cualquier ángulo que tiene su vértice en un punto exterior de una circunferencia, y sus lados cortan a la misma. Su medida es igual a la semidiferencia de la medida de los arcos comprendidos por sus lados.

A) Central B) Interior C) Inscrito D) Exterior E) Semi-inscrito

5) Ángulo cuyo vértice coincide con cualquier punto de la circunferencia y sus lados pasan por dos puntos de la circunferencia. Su medida es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados.

A) Central B) Interior C) Inscrito D) Exterior E) Semi-inscrito

6.4 Perímetro de la circunferencia y área de un círculo

Perímetro de la circunferencia Si el valor de π es la razón entre la longitud C de la circunferencia de cualquier círculo y su diámetro, o sea:

$$\pi = \frac{C}{d} \quad \text{donde} \quad C = \pi d \quad \text{ó} \quad C = 2\pi r$$

Ejemplos

1.- Calcula el perímetro de una circunferencia de 10cm de radio.

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
r=10 cm. $\pi=3.1416$ C=?	$C = 2\pi r$	$C = 2\pi r$ $C = 2(3.1416)(10cm)$	$C = 62.83cm$

2.- ¿Cuál es el radio de una circunferencia cuyo perímetro es 6.28m?

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
r=? $\pi = 3.1416$ C = 6.28 m	$C = 2\pi r$ $r = \frac{C}{2\pi}$	$r = \frac{C}{2\pi}$ $r = \frac{6.28m}{2(3.1416)}$	$r = 1m$

Área del círculo Se determina por medio de $A = \pi r^2$ ó $A = \frac{\pi d^2}{4}$

1.-Calcular el área de un círculo que mide 5 m de radio.

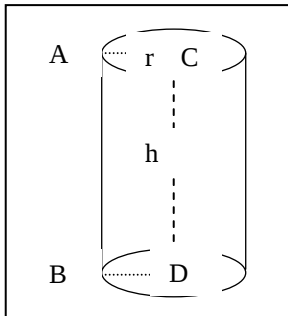
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
r=5 m $\pi = 3.1416$ A=?	$A = \pi r^2$	$A = (3.1416)(5m)^2$	$A = 78.54m^2$

EJERCICIO 6 -3

INSTRUCCIONES.- Resuelve aplicando las fórmulas del perímetro de la circunferencia y del área del círculo.

1. Calcular el perímetro de la circunferencia de 8 cm de diámetro.			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
2. Perímetro de la circunferencia de radio 15 m.			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
3. ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia de 50 cm de perímetro?			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
4. Calcular el área del círculo de 25 m de radio.			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
5. Calcular el área del círculo de 15 cm. de diámetro.			
Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado

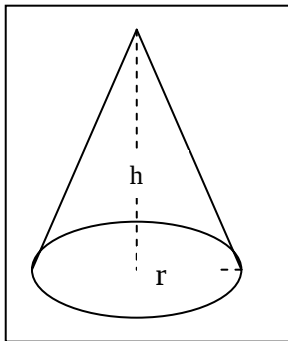
6.5 Área de figuras circulares



Un **cilindro** está limitado por dos bases, que son dos círculos iguales y paralelos y por una superficie lateral, denominada superficie cilíndrica, engendrada por un segmento $\overline{AB}$ al girar alrededor del eje $\overline{CD}$ al cual es paralelo. Se puede considerar el cilindro como generado por el rectángulo ABCD al girar alrededor de $\overline{CD}$.

Por lo tanto, cilindro es un cuerpo geométrico generado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados. El segmento $\overline{AB}$ se llama generatriz porque al girar genera la superficie lateral del cilindro.

$$Area = 2\pi rh + 2\pi r^2$$



El **cono** está limitado por una base y por una superficie lateral, denominada superficie cónica, engendrada por un segmento $\overline{AV}$ al girar alrededor de $\overline{VO}$.

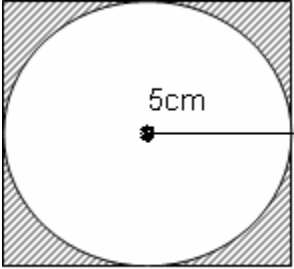
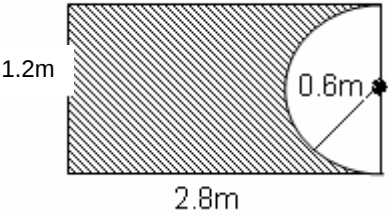
Un cono es un cuerpo geométrico generado por un triángulo rectángulo que gira alrededor de uno de sus catetos.

El segmento $\overline{AV}$ se llama generatriz porque al girar genera la superficie lateral del cono.

$$Area = \pi rh + \pi r^2$$

Ejemplos: En las siguientes figuras, calcular el área sombreada.

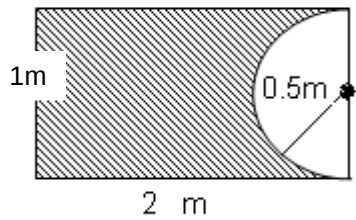
	Datos	Sustitución y Resultados
1) 	Área del círculo $A = \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$ Área del cuadrado $A = l \times l$ Asombreada es igual a: A cuadrado - Acírculo $l = 20 \text{ cm.}$ $d = 20 \text{ cm.}$	Área del círculo $A = \frac{\pi (20\text{cm})^2}{4} = 314.15\text{cm}^2$ Área del cuadrado $A = (20\text{cm})(20\text{cm}) = 400\text{cm}^2$ Asombreada = $400\text{cm}^2 - 314.15\text{cm}^2$ Asombreada = 85.85cm^2

2) 	Área del círculo $A = \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$ Área del cuadrado $A = l \times l$ Asombreada es igual a: A cuadrado - Acírculo $r = 5 \text{ cm}$ como $d = 2r$ por lo tanto el diámetro $d = 10 \text{ cm}$ $l = 10 \text{ cm}$.	Área del círculo $A = \pi(5\text{cm})^2 = 78.53\text{cm}^2$ Área del cuadrado $A = (10\text{cm})(10\text{cm}) = 100\text{cm}^2$ Asombreada = $100\text{cm}^2 - 78.53\text{cm}^2$ Asombreada = 21.47cm^2
3) 	Área del círculo $A = \pi r^2 \quad \text{ó} \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$ Área del rectángulo $A = l \times a$ Asombreada es igual a: $A_{\text{rectángulo}} - \frac{A_{\text{círculo}}}{2}$ $r = 0.6 \text{ m}$ $l = 2.8 \text{ m}$ $a = 1.2 \text{ m}$.	Área del círculo $A = \pi(0.6\text{m})^2 = 1.13\text{m}^2$ Área del rectángulo $A = (1.2\text{m})(2.8\text{m}) = 3.36\text{m}^2$ Asombreada = $3.36\text{m}^2 - \frac{1.13\text{m}^2}{2}$ Asombreada = 2.79m^2

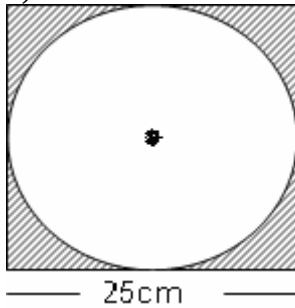
EJERCICIO 6 -4

INSTRUCCIONES.- En las figuras siguientes, calcular el área sombreada.

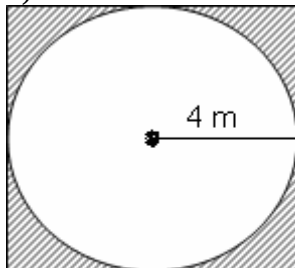
1)



2)



3)



4)

