

Factorización prima (páginas 197–200)

Un **número primo** es un número entero mayor que 1 que tiene exactamente dos factores, 1 y sí mismo. Un **número compuesto** es un número entero mayor que 1 que tiene más de dos factores. Cada número compuesto puede escribirse como el producto de números primos, de exactamente una manera, si ignoras el orden de los factores. Este producto se llama **factorización prima** del número.

EJEMPLO

Cómo calcular la factorización prima	Método 1: Usa un árbol de factores. $ \begin{array}{c} 36 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 6 \quad \times \quad 6 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 2 \times 3 \times 2 \times 3 \end{array} $	Método 2: Divide entre números primos hasta que el cociente sea primo. Usa una calculadora, si es necesario. $36 \div 2 = 18$; $18 \div 2 = 9$; $9 \div 3 = 3$
	La factorización prima de 36 es $2 \times 2 \times 3 \times 3$.	

Intenten esto juntos

- ¿Es 23 un número primo o compuesto?
AYUDA: Verifiquen la divisibilidad entre 2, 3, 5, 7 y 11.
- Usen un árbol de factores para calcular la factorización prima de 28.
AYUDA: Pueden dividir entre 2 y luego entre 2 de nuevo.

PRÁCTICA

Indica si cada número es compuesto o primo.

3. 51 4. 228 5. 227 6. 73 7. 154

Usa un árbol de factores para calcular la factorización prima de cada número.

8. 64 9. 93 10. 54 11. 125 12. 244

Usa tu calculadora para calcular los factores primos de cada número. Luego escribe la factorización prima de cada número.

13. 84 14. 96 15. 150
16. 30 17. 232 18. 245

19. **Mapas** Rhode Island es el estado más pequeño de Estados Unidos. Sólo cubre 3,188 kilómetros cuadrados. Calcula la factorización prima de 3,188.



20. **Prueba estandarizada de práctica** ¿Cuál número es un factor de 21 y 36?

- A 4 B 3 C 9 D 12

Respuestas: 1. primo 2. $2 \times 2 \times 7$ 3. compuesto 4. compuesto 5. primo 6. primo 7. compuesto 8. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ 9. 3×31 10. $2 \times 3 \times 3 \times 3$ 11. $5 \times 5 \times 5$ 12. $2 \times 2 \times 61$ 13. $2 \times 2 \times 3 \times 7$ 14. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ 15. $2 \times 3 \times 5 \times 5$ 16. $2 \times 3 \times 5 \times 5$ 17. $2 \times 2 \times 2 \times 29$ 18. $5 \times 7 \times 7$ 19. $2 \times 2 \times 2 \times 797$ 20. B

Máximo común divisor (páginas 203–206)

El **máximo común divisor (MCD)** de dos o más números es el número mayor que es factor de cada número.

Cómo calcular el máximo común divisor	Para calcular el MCD de dos o más números: <ul style="list-style-type: none"> • Método 1: Enumera los factores de cada número y luego identifica los factores comunes. El mayor de estos factores comunes es el MCD. • Método 2: Escribe la factorización prima de cada número o divide entre números primos hasta que el cociente sea primo. Luego identifica todos los factores primos comunes y calcula su producto, que es el MCD.
--	--

EJEMPLOS

- A** Calcula el MCD de 12, 20 y 36 mediante enumeración de factores.

factores de 12: **1, 2, 3, 4, 6, 12**

factores de 20: **1, 2, 4, 5, 10, 20**

factores de 36: **1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36**

El mayor de los factores comunes es 4, que es el MCD de 12, 20 y 36.

- B** Calcula el MCD de 27 y 90 mediante factorización prima.

factorización prima de 27: $3 \times 3 \times 3$

factorización prima de 90: $2 \times 3 \times 3 \times 5$

Los factores primos comunes son 3 y 3. Su producto es 9. El MCD de 27 y 90 es 9.

Intenten esto juntos

1. Calculen el MCD de 12 y 16 mediante enumeración de factores.

AYUDA: Hagan un círculo alrededor de los factores comunes de 12 y 16. Luego escojan el mayor de estos factores marcados.

2. Calculen el MCD de $15 = 3 \times 5$ y $50 = 2 \times 5^2$ mediante factorización prima.

AYUDA: Hay sólo un factor primo común.

PRÁCTICA

Calcula el MCD de cada conjunto de números mediante enumeración de factores.

3. 54, 81

4. 72, 90

5. 132, 144

6. 20, 36, 44

Calcula el MCD de cada conjunto de números mediante enumeración de factores primos.

7. $9 = 3^2$

$36 = 2^2 \times 3^2$

8. $45 = 3^2 \times 5$

$81 = 3^4$

Calcula el MCD de cada conjunto de números mediante factorizaciones primas.

9. 12, 48

10. 36, 54

11. 60, 42

- 12. Ciencia biológica** Los gorilas machos adultos más pequeños pesan aproximadamente 135 kilogramos. Los gorilas hembras adultos más pequeños pesan aproximadamente 70 kilogramos. ¿Cuál es el máximo común divisor de estos dos números?



- 13. Prueba estandarizada de práctica** Calcula el máximo común divisor de 96 y 360.

A 5

B 12

C 36

D 24

Respuestas: 1. 4 2. 5 3. 27 4. 18 5. 12 6. 4 7. 9 8. 9 9. 12 10. 18 11. 6 12. 5 13. D

Reduce fracciones (páginas 207–209)

Puedes reducir la fracción $\frac{3}{9}$ dividiendo el numerador y el denominador entre 3.

Una fracción está en **forma reducida** cuando el MCD del numerador y del denominador es 1.

Cómo reducir fracciones

Para escribir una fracción es forma reducida:

- calcula el MCD del numerador y del denominador,
- divide el numerador y el denominador entre el MCD y
- escribe la fracción resultante.

EJEMPLOS

A Expresa $\frac{6}{12}$ en forma reducida.

El MCD de 6 y 12 es 6.

Divide el numerador (6) entre 6 para obtener 1.

Divide el denominador (12) entre 6 para obtener 2.

$\frac{6}{12}$ en forma reducida es $\frac{1}{2}$.

B Expresa $\frac{18}{24}$ en forma reducida.

El MCD de 18 y 24 es 6.

Divide 18 entre 6. Divide 24 entre 6.

$\frac{18}{24}$ en forma reducida es $\frac{3}{4}$.

Intenten esto juntos

1. Expresen $\frac{25}{45}$ en forma reducida.

AYUDA: El MCD de 25 y 45 es 5.

2. Expresen $\frac{3}{15}$ en forma reducida.

AYUDA: ¿Cuál es el MCD de 3 y 15?

PRÁCTICA

Expresa cada fracción en forma reducida.

3. $\frac{82}{94}$

4. $\frac{54}{63}$

5. $\frac{48}{16}$

6. $\frac{55}{105}$

7. $\frac{12}{60}$

8. $\frac{10}{148}$

9. $\frac{14}{62}$

10. $\frac{8}{72}$

11. **Ciencia biológica** Hay 2,900 especies de medusas, compuestas de dos tipos: los hidrarios y los sifonóforos. Hay 200 especies de sifonóforos. Expresa el número de especies de sifonóforos como una fracción de todas las especies de medusas en forma reducida.



12. **Prueba estandarizada de práctica** Akikta tiene \$1,200 en su cuenta corriente y \$300 en su cuenta de ahorros. Expresa la cantidad de dinero en la cuenta de ahorros como una fracción de la cantidad de dinero en la cuenta corriente en forma reducida.

A $\frac{1}{4}$

B $\frac{3}{4}$

C $\frac{1}{2}$

D $\frac{1}{3}$

Respuestas: 1. $\frac{9}{5}$ 2. $\frac{5}{1}$ 3. $\frac{47}{41}$ 4. $\frac{7}{6}$ 5. $\frac{1}{3}$ 6. $\frac{21}{11}$ 7. $\frac{5}{1}$ 8. $\frac{74}{5}$ 9. $\frac{31}{7}$ 10. $\frac{9}{1}$ 11. $\frac{29}{2}$ 12. A

Fracciones y decimales (páginas 210–213)

Cualquier fracción puede escribirse como un decimal mediante división.

Fracciones como decimales	Usa papel y lápiz para escribir $\frac{4}{5}$ como un decimal. $\frac{4}{5}$ es lo mismo que $4 \div 5$. Divide 4 entre 5 y el cociente es el decimal que quieres calcular, o sea 0.8.
Decimales periódicos	Decimales como 0.333333... se llaman decimales periódicos porque los dígitos se repiten. Puede usarse la notación de barra para indicar que los decimales se repiten. $0.666666... = 0.\overline{6}$, $0.277777... = 0.2\overline{7}$, $0.737373... = 0.\overline{73}$. La notación de barra es útil porque algunas fracciones, al escribirse como decimales, se convierten en decimales periódicos. Por ejemplo, $\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$.

EJEMPLOS

Expresa las fracciones como decimales. Usa notación de barra para los decimales periódicos.

A $\frac{3}{5}$

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5$$

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ 5 \overline{)3.0} \\ \underline{-3.0} \\ 0 \end{array}$$

Divide 3 entre 5.

De modo que, $\frac{3}{5} = 0.6$.

B $\frac{3}{11}$

$$\frac{3}{11} = 3 \div 11$$

$$\begin{array}{r} 0.2727... \\ 11 \overline{)3.00} \\ \underline{-2.2} \\ 80 \\ \underline{-77} \\ 30 \\ \underline{-22} \\ 8 \end{array}$$

Divide 3 entre 11. Los dígitos 2 y 7 se repetirán ya que 8 y 3 continuarán alternando como residuos.

De modo que, $\frac{3}{11} = 0.\overline{27}$.

Intenten esto juntos

Expresen cada fracción o número mixto en forma de decimal. Si el decimal es un decimal periódico, usen notación de barra.

1. $\frac{1}{6}$

AYUDA: Dividan 1 entre 6.

2. $4\frac{7}{8}$

AYUDA: El número entero se escribe a la izquierda del punto decimal.

PRÁCTICA

Expresa cada fracción o número mixto en forma de decimal. Si el decimal es un decimal periódico, usa notación de barra.

3. $\frac{3}{9}$

4. $\frac{2}{9}$

5. $\frac{12}{25}$

6. $5\frac{2}{3}$

7. $8\frac{4}{9}$

8. $7\frac{1}{4}$



9. **Prueba estandarizada de práctica** Supongamos que $\frac{1}{8}$ de la clase de D'andre sacó A en la prueba de ciencia. Expresa esta fracción en forma de decimal.

A 0.215

B 0.125

C 0.252

D 0.115

Respuestas: 1. 0.16 2. 4.875 3. 0.5 4. 0.2 5. 0.48 6. 5.6 7. 8.4 8. 7.25 9. B

Fracciones y porcentajes (páginas 216–219)

Un **porcentaje** es una razón que compara un número con 100. Las fracciones y los porcentajes son razones que representan el mismo número.

Cómo expresar una razón como un porcentaje	$\frac{n}{100} = n\%$ Para expresar una razón como un porcentaje, escribe primero la razón como una fracción con un denominador de 100. Luego reescribe $\frac{n}{100}$ como $n\%$.
Cómo expresar una fracción como un porcentaje	Para expresar una fracción como un porcentaje, multiplica el numerador y el denominador por el mismo factor para convertir la fracción en una fracción equivalente con un denominador de 100.

EJEMPLOS

- A** Expresa como porcentaje: 37 alumnos de un total de 100.

Escribe la razón como una fracción: $\frac{37}{100}$.
 $\frac{37}{100}$ es 37%.

- B** Expresa $\frac{7}{25}$ como un porcentaje.

Para convertir $\frac{7}{25}$ en una fracción equivalente con un denominador de 100, multiplica el numerador y el denominador por 4, puesto que $100 \div 25$ es 4.

$$\frac{7 \times 4}{25 \times 4} = \frac{28}{100}, \frac{28}{100} \text{ es } 28\%.$$

$$\frac{7}{25} = 28\%$$

Intenten esto juntos

1. Expresen como porcentaje: 32.5 millas cuadradas de 100. 2. Expresen $\frac{3}{5}$ como un porcentaje.

AYUDA: Escriban como fracción con un denominador de 100.

AYUDA: Recuerden que $\frac{n}{100} = n\%$.

PRÁCTICA

Expresa cada razón o fracción como porcentaje.

3. 62 de 100

4. $\frac{1}{4}$

5. $\frac{12}{100}$

6. $\frac{2}{5}$

7. \$55 por \$100

8. $\frac{13}{20}$

9. **Computadoras** 78 de 100 computadoras en la escuela de Tina tienen unidades de CD-ROM. Expresa 78 de 100 como porcentaje.

10. **Prueba estandarizada de práctica** En la escuela de Enrique, 61 de cada 100 alumnos comen almuerzo caliente. Expresa esta razón como un porcentaje.

A 3.9%

B 6.1%

C 61%

D 39%

Respuestas: 1. 32.5% 2. 60% 3. 62% 4. 25% 5. 12% 6. 40% 7. 55% 8. 65% 9. 78% 10. C

Porcentajes y decimales (páginas 220–223)

Cualquier decimal también puede escribirse como una fracción. Puedes usar esto para expresar cualquier decimal como porcentaje.

Cómo escribir un decimal como porcentaje	Para escribir 0.32 como porcentaje, multiplica el decimal por 100 y agrégale el símbolo de porcentaje. De modo que, $0.32 = 0.32 \times 100 = 32\%$.
Cómo escribir un porcentaje como decimal	Para escribir un porcentaje como decimal, divide el porcentaje entre 100 y quítale el símbolo de porcentaje. $64\% = 64 \div 100 = 0.64$.

EJEMPLOS

A Escribe 0.72 como porcentaje.

$0.72 = 72\%$ Multiplica el decimal por 100 y agrégale el símbolo de porcentaje.

B Escribe 57% como decimal.

$57\% = 0.57$ Divide el porcentaje entre 100 y quítale el símbolo de porcentaje.

Intenten esto juntos

Expresen cada decimal como porcentaje.

1. 0.25

2. 0.76

AYUDA: Multipliquen por 100 y agreguen el símbolo de porcentaje.

PRÁCTICA

Expresa cada decimal como porcentaje.

3. 0.54

4. 0.67

5. 0.1

6. 0.08

7. 0.42

8. 0.17

Expresa cada porcentaje como decimal.

9. 48%

10. 75%

11. 9%

12. 23%

13. 35%

14. 99.8%

15. 4%

16. 15.1%

17. ¿Qué decimal equivale a 39.5%?

18. Escribe el porcentaje que equivale a 0.652.

19. **Reciclaje** En un año reciente, la tasa de reciclaje de aluminio fue de 62.8%. Escribe este porcentaje en forma decimal.



20. **Prueba estandarizada de práctica** A mediados de la década de 1990, el 48% de la fuerza laboral del mundo estaba empleada en la agricultura. ¿Cómo se podría escribir este porcentaje en forma decimal?

A 0.048

B 48

C 4.8

D 0.48

Respuestas: 1. 25% 2. 76% 3. 54% 4. 67% 5. 10% 6. 8% 7. 42% 8. 17% 9. 0.48 10. 0.75 11. 0.09 12. 0.23 13. 0.35 14. 0.998 15. 0.04 16. 0.151 17. 0.395 18. 65.2% 19. 0.628 20. D

Mínimo común múltiplo (páginas 224–226)

Cuando multiplicas un número por los números enteros 0, 1, 2, 3, 4 y así sucesivamente, obtienes **múltiplos** de ese número. El **mínimo común múltiplo (mcm)** de dos o más números es el menor o el mínimo de sus múltiplos comunes no nulos.

Cómo calcular el mínimo común múltiplo (mcm)

Para calcular el mínimo común múltiplo de dos o más números,

- haz una lista de varios múltiplos de cada número. Luego identifica los múltiplos comunes. El menor de estos números es el mcm.
- ☐ • escribe la factorización prima de cada número. Escribe cada factor primo como un multiplicador el *mayor* número de veces que aparece en cualquiera de los números.
- ☐ • divide los factores primos hasta que los cocientes sean primos. Luego multiplica los divisores y los cocientes primos para obtener el mcm.

EJEMPLO

Calcula el mcm de 6, 36 y 40 mediante factorización prima.

$$6 = 2 \times 3 \quad 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

Escribe cada factor primo (2, 3, 5) como un multiplicador el mayor número de veces que aparece en cualquier número. El factor 2 aparece tres veces en 40. El factor 3 aparece dos veces en 36. El factor 5 aparece una vez en 40. El producto de $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$, ó 360, es el mínimo común múltiplo de 6, 36 y 40.

Intenten esto juntos

1. Calculen el mcm de 12 y 30 mediante enumeración de múltiplos.

AYUDA: Hallen el mínimo común múltiplo en las dos listas.

2. Calculen el mcm de 12 y 14 mediante factorización prima.

AYUDA: Recuerden escribir cada factor primo como un multiplicador el mayor número de veces que aparece en cualquiera de los números.

PRÁCTICA

Calcula el mcm de cada conjunto de números mediante enumeración de múltiplos.

3. 3, 10 4. 6, 8 5. 9, 12 6. 3, 5, 6 7. 4, 5, 10 8. 5, 15

Calcula el mcm de cada conjunto de números mediante factorización prima o la división entre números primos.

9. 6, 9 10. 12, 18 11. 8, 14 12. 10, 36 13. 20, 96 14. 4, 6, 15

15. **Entretenimiento** Cada 10 años, los habitantes de Oberammergau, Alemania, crean una obra teatral especial. La familia de Rhonda viaja a Alemania cada 3 años. Si la familia de Rhonda estuvo en Alemania en el año 2000 y la obra teatral se llevó a cabo ese año, ¿cuál es el próximo año en que la obra teatral se llevará a cabo cuando la familia de Rhonda esté en Alemania?



16. **Prueba estandarizada de práctica** ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 50 y 60?

A 200

B 400

C 300

D 500

Respuestas: 1. 60 2. 84 3. 30 4. 24 5. 36 6. 30 7. 20 8. 15 9. 18 10. 36 11. 56 12. 180 13. 480 14. 60 15. 2,030 16. C

Compara y ordena números racionales

(páginas 227–231)

Para comparar fracciones, reescribe cada fracción usando el mismo denominador. Luego sólo necesitas comparar los numeradores.

Cómo calcular el mínimo común denominador	<p>Un común denominador es un múltiplo común de los denominadores de dos o más fracciones. El mínimo común denominador (mcd) es el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores de dos o más fracciones.</p> <p>Para comparar dos fracciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • calcula el mcm de los denominadores, luego • reescribe cada fracción usando este mcm como el mcd. Compara los numeradores.
--	---

EJEMPLOS

A Calcula el mcd de $\frac{5}{6}$ y $\frac{9}{10}$.

El mcm de 6 y de 10 es 30, de modo que el mcd de $\frac{5}{6}$ y $\frac{9}{10}$ es 30.

B ¿Es $\frac{5}{6} <, >$ o $= \frac{9}{10}$?

Reescribe cada fracción con el mcd de 30.

Multiplica el numerador y el denominador de $\frac{5}{6}$ por 5.

Multiplica el numerador y el denominador de $\frac{9}{10}$ por 3.

$$\frac{5}{6} = \frac{25}{30} \quad \frac{9}{10} = \frac{27}{30}$$

Puesto que $\frac{25}{30} < \frac{27}{30}$, $\frac{5}{6} < \frac{9}{10}$.

Intenten esto juntos

1. Calculen el mcd de $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{3}$.

AYUDA: Calculen el mcm de 4 y de 3.

2. ¿Es $\frac{5}{8} <, >$ o $= 0.4$?

AYUDA: Escriban los dos números racionales como fracciones con el mismo denominador o como decimales.

PRÁCTICA

Calcula el mcd de cada par de fracciones.

3. $\frac{5}{12}, \frac{3}{8}$

4. $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}$

5. $\frac{4}{15}, \frac{1}{3}$

6. $\frac{1}{6}, \frac{1}{9}$

7. $\frac{1}{6}, \frac{5}{7}$

8. $\frac{19}{30}, \frac{7}{10}$

9. $\frac{9}{16}, \frac{1}{4}$

10. $\frac{5}{36}, \frac{11}{24}$

Reemplaza cada \bullet con $<, >$ o $=$ para hacer verdadero el enunciado.

11. $\frac{8}{9} \bullet \frac{5}{6}$

12. $\frac{2}{3} \bullet \frac{8}{13}$

13. $\frac{5}{6} \bullet 0.75$

14. $\frac{3}{5} \bullet \frac{5}{8}$

15. $\frac{2}{7} \bullet 0.25$

16. $0.7 \bullet \frac{14}{20}$

17. $\frac{5}{11} \bullet \frac{13}{22}$

18. $\frac{15}{48} \bullet \frac{3}{8}$



19. **Prueba estandarizada de práctica**

¿Cuál es el mínimo común denominador de $\frac{1}{8}$ y $\frac{5}{6}$?

A 36

B 24

C 18

D 45

Respuestas: 1. 12 2. < 3. 24 4. 35 5. 15 6. 18 7. 42 8. 30 9. 16 10. 72 11. < 12. > 13. < 14. < 15. > 16. = 17. < 18. > 19. B



5

Repaso del capítulo

Escalera de fracciones

Construye una escalera de fracciones usando la siguiente lista de fracciones. Coloca las fracciones en orden de menor a mayor en la escalera, comenzando de abajo hacia arriba.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{19}{20}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{10}$$

Las respuestas se encuentran en la página 107.