Unidad 8

Amortización

Objetivos

Al finalizar la unidad, el alumno:

- Calculará el valor de las cuotas de amortización.
- Construirá tablas de amortización.
- Calculará el saldo insoluto de una deuda en cualquier momento.
- Calculará el interés de una deuda en cualquier momento.

Introducción

Debido a que en la actualidad se realizan en todo el mundo una gran cantidad de operaciones por medio de créditos a corto, mediano y largo plazo, resulta de gran importancia el tema de amortización para todo aquel que de una u otra manera está involucrado en operaciones de endeudamiento. La amortización permite determinar de forma sencilla el comportamiento de una deuda conforme se liquida mediante pagos.

En esta unidad estudiaremos lo que es una amortización y algunos de sus tipos, analizaremos de forma detallada a las amortizaciones con pagos iguales, además de calcular el saldo insoluto, así como los intereses a pagar en cualquier momento de la amortización.

8.1. Valor de las cuotas de amortización

Para poder calcular el valor de las cuotas o pagos con los que se debe de cubrir una deuda, debemos definir primero lo que es una amortización y cuáles son sus características.

¿Qué es una amortización?

Podemos definir una **amortización** como un proceso financiero con el cual se cancela una deuda de forma gradual mediante pagos periódicos.

Existen diferentes tipos de amortización, entre los cuales se encuentran la *amortización gradual* y la *amortización constante*.

La **amortización gradual** es aquella en la cual la deuda se liquida mediante pagos iguales, de los cuales una parte corresponde a intereses y el resto es la cantidad que se abona a la deuda para ir reduciéndola. En este tipo de amortizaciones el abono de la deuda es mayor en cada pago, mientras que el interés va disminuyendo.

La **amortización constante** es aquella en la que la deuda se liquida con pagos decrecientes, es decir, el valor de los pagos va disminuyendo, y en este caso el abono a la deuda es constante.

¿Cuál es el tipo de amortización más utilizado?

En esta unidad nos enfocaremos únicamente al estudio de las amortizaciones graduales, ya que son las más utilizadas en el ámbito financiero, por lo cual, de aquí en adelante, cuando se hable de amortizaciones, nos estaremos refiriendo específicamente a las amortizaciones graduales.

Debido a que en las amortizaciones graduales los pagos son iguales y se realizan en el mismo lapso, estaríamos hablando entonces de una aplicación de las anualidades, por lo tanto podemos hablar de amortizaciones con pagos vencidos, anticipados o diferidos.

En virtud de que las amortizaciones con pagos vencidos son las utilizadas en operaciones comerciales, serán el único tipo de amortizaciones que estudiaremos en este curso.

Considerando que una amortización es la extinción de una deuda mediante pagos periódicos, donde normalmente se conoce el valor de la deuda (capital o valor presente), el número de pagos a realizar y las tasas de interés vigentes, es necesario determinar el valor de los pagos (rentas), lo cual se logra utilizando la fórmula para calcular la renta de una anualidad vencida, cuando se tiene el valor presente, la cual se utilizó en la unidad 5.

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

Donde:
R es la renta
C es el valor actual de la anualidad
i es la tasa por periodo de capitalización
n es el número de pagos

Ejemplos

1. El señor Jimenéz tiene una deuda de \$150 000, la cual debe estar liquidada dentro de 5 años, para lo cual realiza pagos bimestrales iguales. Si la tasa de interés vigente es de 20.4% anual compuesto bimestralmente, ¿de cuánto debe ser cada pago bimestral?

Solución

Se identifican los datos:

C=\$150 000

$i = \frac{0.204}{6} = 0.034$

n=5(6)=30

Se sustituyen los datos en la fórmula para calcular la renta de una anualidad vencida cuando se tiene como referencia el valor presente:

$$R=\frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R=\frac{(150\ 000)(0.034)}{1-(1+0.034)^{-30}}$$

$$R=\frac{5\ 100}{1-(1.034)^{-30}}$$

$$R=\frac{5\ 100}{1-0.366761581}$$

$$R=\frac{5\ 100}{0.633238419}=8\ 053.84$$

Los pagos deben ser de \$8 053.84, cada uno.

2. Una empresa adquiere una máquina que vale \$95 000 mediante una serie de pagos periódicos semestrales durante 7 años y una tasa de interés de 24% anual capitalizable semestralmente. ¿De cuánto debe ser cada pago semestral?

Solución

Se identifican los datos:

C=\$95 000

$$i=\frac{0.24}{2}=0.12$$

n=2(7)=14

Se sustituyen los datos en la fórmula para calcular la renta de una anualidad vencida cuando se tiene como referencia el valor presente:

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(95\ 000)(0.12)}{1-(1+0.12)^{-14}}$$

$$R = \frac{11\ 400}{1-(1.12)^{-14}}$$

$$R = \frac{11\ 400}{1-0.204619812}$$

$$R = \frac{11\ 400}{0.795380188} = 14\ 332.77$$

Los pagos deben ser de \$14 332.77, cada uno.

Ejercicio 1

1. ¿De cuánto deben ser los pagos trimestrales necesarios para liquidar una deuda de \$740 000, que debe estar pagada dentro de 10 años, si la tasa de interés es de 28% anual convertible trimestralmente?

2. Carlos Álvarez compró una casa con valor de \$890 000 mediante un crédito hipotecario, el cual amortiza mediante pagos mensuales iguales, con duración de 15 años, que tienen un interés de 9% con capitalización mensual. ¿Cuál es el valor de cada uno de los pagos mensuales?

3. ¿Cuál es el valor de los pagos semestrales que se realizan durante 5 años para cubrir una deuda de \$75 000 si la tasa de interés es de 15% anual convertible semestralmente?

4. Si compras un carro con valor de \$138 000 mediante un crédito que se amortiza con 52 pagos mensuales y una tasa de interés de 21% anual convertible mensualmente, ¿de cuánto será cada pago?

8.2. Tablas de amortización

Cuando se contraen deudas que se amortizan con pagos periódicos, es necesario conocer el comportamiento de la amortización, es decir, de la cantidad que se paga cuando son intereses, cuánto es lo que se descuenta en realidad de la deuda o cuánto es lo que aún se debe después de determinado pago, entre otros. En el campo financiero existe un documento que permite analizar de manera detallada dicho comportamiento: a este documento se le conoce como **tabla de amortización**.

¿Qué es una tabla de amortización?

Podemos definir entonces una **tabla de amortización** como una herramienta que hace posible establecer claramente la división de cada pago en interés y abono a la deuda, así como la cantidad que aún se adeuda después de cada pago.

Para poder construir estas tablas es necesario primero definir algunos conceptos como: *abono a capital* y *saldo insoluto*.

El **abono a capital** es la parte del pago que se descuenta de la deuda, ésta se obtiene restando del pago (renta) la cantidad correspondiente a los intereses generados por la deuda en ese periodo. Es muy común que se confundan los términos pago y abono a capital, se debe tener cuidado de no confundirlo, ya que el abono a capital es una parte del pago.

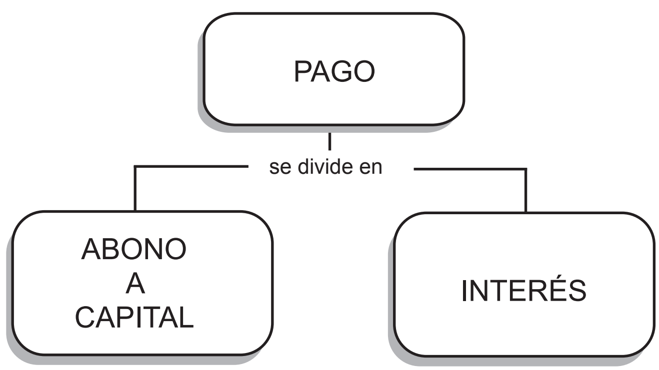

Figura 8.1.

¿Cuáles son los cuatro datos fundamentales que debe contener una tabla de amortización?

Esto es, el **pago** es la suma del interés más el abono a capital (figura 8.1).

Una tabla de amortización nos debe proporcionar cuatro datos básicos: número de pago, pago de interés, abono a capital y saldo insoluto, aunque cada institución financiera los acomoda en el orden que considera adecuado para sus necesidades, y agrega más información si así se requiere (fecha de pago, deuda, etcétera).

A lo largo de este curso se construirán tablas de amortización de la siguiente forma:

Número de pago	Pago periódico	Intereses	Abono a capital o amortización	Saldo o saldo insoluto
En esta columna se anota el número de pago correspondiente	Esta columna nos indica el valor de cada uno de los pagos o rentas, que en este caso es constante (*R*), y se obtiene con las fórmulas de anualidades vencidas	En esta columna se anota el interés que se paga sobre el valor de la deuda, el cual se obtiene multiplicando la tasa de interés por el saldo insoluto del periodo anterior	Ésta es la parte del pago que se descuenta de la deuda y se obtiene restando el interés del valor del pago	Es el valor de la deuda después de descontar el abono y se obtiene al restar el abono a capital del saldo insoluto del periodo anterior

Tabla 8.1.

Veamos esto con algunos ejemplos:

1. Construye la tabla de amortización de una deuda de \$120 000 que se cubre con 7 pagos bimestrales con una tasa de interés de 18% anual capitalizable bimestralmente.

Solución

Para construir la tabla de amortización lo primero que se debe tener es el valor de los pagos, el cual se obtiene con la fórmula para anualidades vencidas:

$C=\$120\ 000$

$$i=\frac{0.18}{6}=0.03$$

$n=7$

$$R=\frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R=\frac{(120\ 000)(0.03)}{1-(1+0.03)^{-7}}=\frac{3\ 600}{1-0.813091511}=\frac{3\ 600}{0.186908489}=19\ 260.76$$

Ya que se conoce el valor de los pagos, el siguiente paso es construir la tabla.

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.03)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - -	- - - - - - -	120 000.00
1	19 260.76	3 600.00	15 660.76	104 339.24
2	19 260.76	3 130.18	16 130.58	88 208.66
3	19 260.76	2 646.26	16 614.50	71 594.16
4	19 260.76	2 147.82	17 112.94	54 481.22
5	19 260.76	1 634.44	17 626.32	36 854.90
6	19 260.76	1 105.65	18 155.11	18 699.79
7	19 260.76	560.99	18 699.77	0.02*

***** La diferencia de dos centavos es debido al redondeo a dos decimales en cada cálculo. Si se considerasen todos los decimales, el saldo insoluto final daría cero. Es importante hacer notar que es posible que en cada tabla se presente un cierto margen de error positivo o negativo, por la razón expuesta.

Tabla 8.2. Tabla de amortización de una deuda de $120 000.00 que se cubre en 7 pagos bimestrales con una tasa de interés de 18% anual capitalizable bimestralmente.

Si analizamos la tabla 8.2 tenemos:

- El pago cero en realidad corresponde al momento en que se contrae la deuda, donde todavía no se paga nada por concepto de intereses.
- En el primer pago, el interés proviene de multiplicar el saldo insoluto inicial ($120 000) por la tasa efectiva por periodo de pago ($i=\frac{j}{k}=\frac{0.18}{6}=0.03$).

$$120\ 000(0.03)=3\ 600$$

- El abono a capital se obtiene de la diferencia del pago (renta) menos el interés para ese periodo.

19 260.76–3 600=15 660.76

- El saldo insoluto es el resultado de restar a la deuda (saldo insoluto del periodo anterior) el abono a capital.

120 000–15 660.76=104 339.24

- Se realiza este mismo procedimiento para cada uno de los pagos.

El saldo insoluto en el último pago debe ser cero, es decir, no debe haber deuda.

2. El señor Robles tiene una deuda de \$65 000, la cual se amortizará con 5 pagos semestrales iguales, y un interés de 8% anual capitalizable semestralmente.

Construye la tabla de amortización que corresponde a este crédito.

Solución

C=\$65 000

$$i = \frac{0.08}{2} = 0.04$$

n=5

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(65\ 000)(0.04)}{1-(1+0.04)^{-5}} = \frac{2\ 600}{1-0.821927106} = \frac{2\ 600}{0.178072894} = 14\ 600.76$$

Una vez obtenido el valor de los pagos (\$14 600.76 c/u), se procede a construir la tabla de amortización.

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.04)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	----------	----------	----------	65 000.00
1	14 600.76	2 600.00	12 000.76	52 999.24
2	14 600.76	2 119.97	12 480.79	40 518.45
3	14 600.76	1 620.74	12 980.02	27 538.43
4	14 600.76	1 101.54	13 499.22	14 039.20
5	14 600.76	561.56	14 039.20	0.00

Tabla 8.3. Tabla de amortización de una deuda de $65 000.00 con amortización de 5 pagos semestrales iguales e interés de 8% anual capitalizable semestralmente.

Ejercicio 2

Construye la tabla de amortización de las siguientes situaciones financieras:

1. Se tiene una deuda de $720 000, la cual se amortiza con 8 pagos trimestrales con una tasa de interés de 20% anual con capitalización trimestral.

2. Andrés Franco adquirió una computadora con valor de $28 500, la cual acordó liquidar mediante 6 pagos bimestrales aumentando 18% de interés anual convertible bimestralmente.

3. Laura Ortiz adquirió ropa en el Palacio de Hierro con valor de $7 500. Se ofrece una promoción en la cual dan la oportunidad de liquidar su ropa mediante 6 pagos mensuales, considerando un interés de 12% anual capitalizable mensualmente.

4. Rafael Ortega contrajo una deuda por $125 600, la cual amortiza mediante 8 pagos bimestrales con una tasa de interés de 36% anual con capitalización bimestral.

8.3. Cálculo del saldo insoluto

El saldo insoluto de una amortización después de cualquiera de los pagos se puede obtener de manera muy simple: buscándolo en la tabla de amortización, lo cual es relativamente sencillo cuando se trata de una amortización de pocos pagos; sin embargo, cuando el número de pagos es muy grande, tal como ocurre en los créditos hipotecarios, la construcción de la tabla de amortización resulta laboriosa y, por la gran cantidad de valores que incluye, se tiene una alta probabilidad de cometer uno o varios errores.

En función de lo anterior, es importante poder determinar el saldo insoluto después de cualquier pago sin necesidad de desarrollar la tabla de amortización, para lo cual se utilizará la definición de saldo insoluto en el siguiente ejemplo.

Ejemplos

1. Se tiene una deuda de $45 000 que se liquida con 8 pagos bimestrales. Si se considera una tasa de interés de 18% anual capitalizable bimestralmente, ¿cuál es el saldo insoluto en el tercer pago?

Solución

Primero se calcula el valor de cada uno de los pagos:

$C = \$45\ 000$

$$i = \frac{0.18}{6} = 0.03$$

$n = 8$

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(45\ 000)(0.03)}{1-(1+0.03)^{-8}} = \frac{1\ 350}{1-0.789409234} = \frac{1\ 350}{0.210590766} = 6\ 410.54$$

Los pagos deben ser de $6 410.54, cada uno.

Si recuerdas que el saldo insoluto es lo que falta por pagar, y lo representas en una gráfica de tiempo (figura 8.2), tenemos:

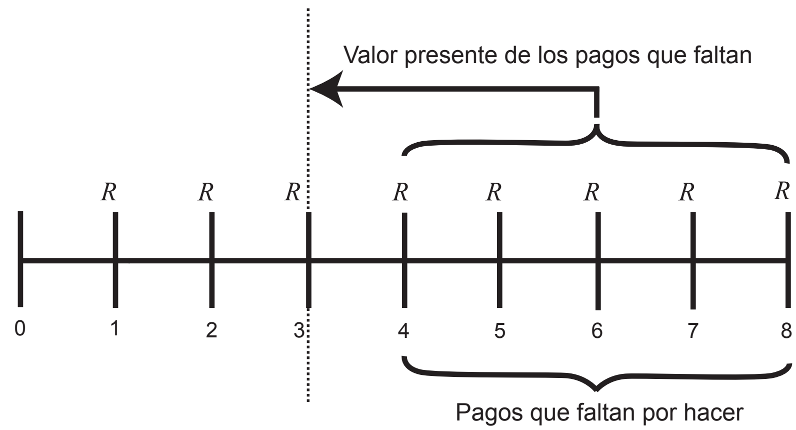

Figura 8.2.

Podemos observar que lo que falta por pagar se puede calcular determinando el valor presente de los pagos que faltan. Para esto, y considerando que los pagos son iguales y periódicos, se utiliza la fórmula para calcular el valor presente de una anualidad vencida:

$$C=R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Donde n corresponde al número de pagos que faltan, el cual se puede obtener restando al total de pagos los que ya se realizaron. Para el ejemplo tenemos:

$n=8-3=5$

Sustituyendo éste y el resto de los valores en la fórmula del valor presente de una anualidad vencida:

$$C=6\,410.54\frac{1-(1+0.03)^{-5}}{0.03}=6\,410.54\frac{1-0.862608784}{0.03}=6\,410.54\frac{0.137391216}{0.03}$$

$C = 29\ 358.39$

Esto es, el saldo insoluto en el tercer pago es de $29 358.39, lo cual se puede comprobar si se construye la tabla de amortización.

Número de pago	Pago bimestral	Interés ($i = 0.03$)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - -	- - - - - - -	- - - - - - -	45 000.00
1	6 410.54	1 350.00	5 060.54	39 939.46
2	6 410.54	1 198.18	5 212.36	34 727.10
3	6 410.54	1 041.81	5 368.73	29 358.39
4	6 410.54	880.75	5 529.79	23 828.59
5	6 410.54	714.86	5 695.68	18 132.91
6	6 410.54	543.99	5 866.55	12 266.35
7	6 410.54	367.99	6 042.55	6 223.80
8	6 410.54	186.71	6 223.83	–0.02

Tabla 8.4. Tabla de amortización de una deuda de $45 000.00 que se liquida en 8 pagos bimestrales con una tasa de interés de 18% anual capitalizable bimestralmente.

2. Ricardo compró muebles, por medio de un crédito que se cubre con 18 pagos bimestrales de $2 315 cada uno. Si la tasa de interés es de 31.8% anual compuesto bimestralmente, ¿cuál es el saldo insoluto después de 10 pagos?

Solución

Se identifican los datos:

R=$2 315

$$i = \frac{0.318}{6} = 0.053$$

Lo que falta por pagar se puede calcular determinando el valor presente de los pagos que faltan. Para esto, y considerando que los pagos son iguales y periódicos, se utiliza la fórmula para calcular el valor presente de una anualidad vencida:

$$C = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Donde n corresponde al número de pagos que faltan, el cual se puede obtener restando al total de pagos los que ya se realizaron. Para el ejemplo tenemos:

$$n=18-10=8$$

Sustituyendo éste y el resto de los valores en la fórmula del valor presente de una anualidad vencida:

$$C = 2\,315\frac{1-(1+0.053)^{-8}}{0.053} = 2\,315\frac{1-0.661565776}{0.053} = 2\,315\frac{0.338434224}{0.053}$$

$$C = 2\,315\ (6.385551396) = 14\,782.55$$

El saldo insoluto después de 10 pagos es \$14 782.55.

Ejercicio 3

1. Rodrigo compró un departamento con valor de \$720 000 mediante un crédito hipotecario que debe liquidar con pagos mensuales durante 15 años. Si se acuerda una tasa de 24% anual compuesto mensualmente, ¿cuál será el saldo insoluto al terminar el décimo año?

2. Una persona compró una sala con valor de \$12 680 mediante un crédito que debe liquidar con pagos mensuales durante 2 años, con una tasa de interés de 18% anual con capitalización mensual. Al séptimo pago dicha persona decide liquidar su deuda, ¿con cuánto lo hará?

3. Guillermo Flores tiene una deuda de \$10 000, cantidad que liquidará mediante 6 pagos bimestrales vencidos, con una tasa de interés de 54.6% anual compuesto bimestralmente. ¿Cuál será el saldo insoluto al realizar el cuarto pago?

4. La empresa Plásticos y Envases de México, S. A. de C. V. adquiere equipo que tiene un valor de \$95 000 mediante pagos periódicos trimestrales durante 2 años, con una tasa de interés de 48% anual capitalizable trimestralmente. ¿Cuál será el saldo insoluto al realizar el tercer pago?

8.4. Cálculo del interés

La cantidad de interés que se cubre con cada pago es un dato de mucha importancia para algunas compañías, el cual se puede obtener directamente de la tabla de amortización, sin embargo se presenta el mismo problema que con el saldo insoluto: cuando el número de pagos es muy grande, se pueden cometer errores con facilidad.

Si recuerdas la forma de calcular el interés para construir la tabla de amortización, tenemos que se calcula multiplicando la deuda (saldo insoluto del periodo anterior) por la tasa de interés efectiva por periodo de pago, por lo cual para poderlo calcular de forma analítica sin construir la tabla, primero tendríamos que calcular el saldo insoluto del periodo anterior al periodo en el cual queremos conocer el interés, lo cual puedes verificar con los siguientes ejemplos.

Ejemplos

1. Se tiene una deuda de \$75 000, la cual se liquida con 8 pagos bimestrales y una tasa de interés de 36% anual capitalizable bimestralmente. ¿Cuánto se paga por concepto de interés en el tercer pago?

Solución

Encontraremos el interés construyendo la tabla de amortización, para lo cual se calcula primero el valor de los pagos:

$C=\$75\ 000$

$$i=\frac{0.36}{6}=0.06$$

$n=8$

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(75\ 000)(0.06)}{1-(1+0.06)^{-8}} = \frac{4\ 500}{1-0.627412371} = \frac{4\ 500}{0.372587629} = 12\ 077.70$$

Ya que se conoce el valor de los pagos (R=\$12 077.70), se construye la tabla de amortización.

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.06)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - -	- - - - - - -	- - - - - - -	75 000.00
1	12 077.70	4 500.00	7 577.70	67 422.30
2	12 077.70	4 045.34	8 032.36	59 389.94
3	12 077.70	3 563.40	8 514.30	50 875.64
4	12 077.70	3 052.54	9 025.16	41 850.48
5	12 077.70	2 511.03	9 566.67	32 283.81
6	12 077.70	1 937.03	10 140.67	22 143.14
7	12 077.70	1 328.59	10 749.11	11 394.03
8	12 077.70	683.64	11 394.06	0.03

Tabla 8.5. Tabla de amortización de una deuda de \$75 000.00 que se liquida con 8 pagos bimestrales y una tasa de interés de 36% anual capitalizable bimestralmente.

En el tercer pago, \$3 563.40 corresponden al concepto de intereses, cantidad que proviene de multiplicar el saldo insoluto anterior (\$59 389.94) por la tasa de interés efectiva para cada periodo de pago.

Esto significa que si quisiéramos calcular el interés de forma analítica, primero se tendrá que calcular el saldo insoluto del periodo anterior. En este caso, como se busca el interés del tercer pago, se debe calcular el saldo insoluto del segundo pago.

Donde n corresponde al número de pagos que faltan, el cual se puede obtener restando al total de pagos los que ya se realizaron. Para el ejemplo tenemos:

$n=8-2=6$

Sustituyendo éste y el resto de los valores en la fórmula del valor presente de una anualidad vencida:

$$C = R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$C = 12\ 077.70\frac{1-(1+0.06)^{-6}}{0.06} = 12\ 077.70\frac{1-0.70496054}{0.06} = 12\ 077.70\frac{0.29503946}{0.06}$$

$C = 59\ 389.95$

Una vez que se conoce el saldo insoluto del periodo anterior (\$59 389.95), se multiplica por la tasa de interés ($i=0.06$).

$(59\ 389.95)(0.06)=3\ 563.40$

Significa que en el segundo pago, \$3 563.40 corresponden al concepto de intereses, cantidad que coincide con el valor de la tabla de amortización.

2. Enrique Meza compró un automóvil con valor de \$243 560, el cual acordó liquidar con 50 pagos mensuales y una tasa de interés de 24% anual convertible mensualmente. ¿Qué cantidad pagará por concepto de intereses en el pago 30?

Solución

Se determina el valor de los pagos:

$C=\$243\ 560$

$$i = \frac{0.24}{12} = 0.02$$

n=50

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(243\ 560)(0.02)}{1-(1+0.02)^{-50}} = \frac{4\ 871.2}{1-0.371527882} = \frac{4\ 871.2}{0.628472118} = 7\ 750.86$$

Una vez que se conoce el valor de los pagos (R=$7 750.86), se calcula el saldo insoluto del periodo anterior, en este caso el pago 29:

n=50–29=21

Sustituyendo éste y el resto de los valores en la fórmula del valor presente de una anualidad vencida:

$$C = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$C = 7\ 750.86\,\frac{1-(1+0.02\ )^{-21}}{0.02} = 7\ 750.86\,\frac{1-0.659775816}{0.02} = 7\ 750.86\,\frac{0.340224184}{0.02}$$

C = 131 851.50

Una vez que se conoce el saldo insoluto del periodo anterior ($131 851.50), se multiplica por la tasa de interés (i=0.02):

(131 851.50) (0.02)=2 637.03

Se paga por concepto de interés la cantidad de $2 637.03.

Ejercicio 4

1. Mariana Rubio contrajo una deuda por $150 000, la cual acordó liquidar con 20 pagos mensuales y una tasa de interés de 18% anual con capitalización mensual. ¿Cuánto pagará por concepto de intereses en el séptimo pago?

2. Si Juan compró equipo para su oficina con valor de $72 640, el cual pretende liquidar con pagos trimestrales durante cuatro años y medio, pagando un interés de 32% anual convertible trimestralmente, ¿qué cantidad pagará por concepto de intereses en el noveno pago?

3. Una deuda de $82 078 se liquida con pagos bimestrales durante 6 años y una tasa de interés de 24% anual compuesto bimestralmente. ¿Qué cantidad de interés se cubre en el pago 28?

4. Si compras una computadora de $18 720 con 60 pagos mensuales a una tasa de interés de 24% anual con capitalización mensual, ¿cuánto pagas por concepto de intereses en el pago 43?

Problemas resueltos

1. Una empresa adquiere una máquina con valor de $230 700 mediante una serie de pagos periódicos trimestrales durante 3 años y una tasa de interés de 16% anual capitalizable trimestralmente. ¿De cuánto debe ser cada pago trimestral?

Solución

Se identifican los datos:

$C=\$230\ 700$

$$i=\frac{0.16}{4}=0.04$$

$n=3(4)=12$

Se sustituyen los datos en la fórmula para calcular la renta de una anualidad vencida cuando se tiene como referencia el valor presente:

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(230\ 700)(0.04)}{1-(1+0.04)^{-12}}$$

$$R = \frac{9\ 228}{1-(1.04)^{-12}}$$

$$R = \frac{9\ 228}{1-0.624597049}$$

$$R = \frac{9\ 228}{0.375402951} = 24\ 581.59$$

Los pagos deben ser de $24 581.59, cada uno.

2. Gabriela Lugo contrajo una deuda por $150 000, la cual amortizará mediante 10 pagos bimestrales iguales, con un interés de 30% anual capitalizable bimestralmente.

Construye la tabla de amortización que corresponde a este crédito.

Solución

Se calcula el valor de los pagos:

C=$150 000

$$i = \frac{0.30}{6} = 0.05$$

n=10

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(150\ 000)(0.05)}{1-(1+0.05)^{-10}} = \frac{7\ 500}{1-0.613913253} = \frac{7\ 500}{0.386086747} = 19\ 425.68$$

Una vez obtenido el valor de los pagos ($19 425.68 c/u), se procede a construir la tabla de amortización (tabla 8.6).

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.05)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - -	- - - - - - -	- - - - - - -	150 000.00
1	19 425.68	7 500.00	11 925.69	138 074.31
2	19 425.68	6 903.72	12 521.97	125 552.34
3	19 425.68	6 277.62	13 148.07	112 404.26
4	19 425.68	5 620.21	13 805.48	98 598.79
5	19 425.68	4 929.94	14 495.75	84 103.03
6	19 425.68	4 205.15	15 220.54	68 882.50
7	19 425.68	3 444.12	15 981.57	52 900.93
8	19 425.68	2 645.05	16 780.64	36 120.29
9	19 425.68	1 806.01	17 619.68	18 500.61
10	19 425.68	925.03	18 500.66	0.05

Tabla 8.6. Tabla de amortización de una deuda de $150 000.00 a cubrir mediante 10 pagos bimestrales iguales con un interés de 30% anual capitalizable bimestralmente.

3. Se tiene una deuda de $18 000 que se liquida con 15 pagos trimestrales. Si se considera una tasa de interés de 16% anual capitalizable trimestralmente, ¿cuál es el saldo insoluto en el octavo pago?

Solución

Primero se calcula el valor de cada uno de los pagos:

C=\$18 000

$$i = \frac{0.16}{4} = 0.04$$

n=15

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = \frac{(18\ 000)(0.04)}{1-(1+0.04)^{-15}} = \frac{720}{1-0.555264502} = \frac{720}{0.444735498} = 1\ 618.94$$

Los pagos deben ser de \$1 618.94, cada uno.

Se sustituyen los datos en la fórmula para el valor presente de una anualidad vencida:

$$C = R\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Donde n corresponde al número de pagos que faltan, el cual se puede obtener restando al total de pagos los que ya se realizaron. Para el ejemplo tenemos:

n=15–8=7

Sustituyendo éste y el resto de los valores en la fórmula del valor presente de una anualidad vencida:

$$C = 1\ 618.94\ \frac{1-(1+0.04)^{-7}}{0.04} = 1\ 618.94\frac{1-0.759917813}{0.04} = 1\ 618.94\frac{0.240082187}{0.04}$$

$$C = 9\ 716.97$$

El saldo insoluto en el octavo pago es \$9 716.97.

4. Rosario Medina compró una camioneta con valor de \$322 541, la cual acordó liquidar con 60 pagos mensuales y una tasa de interés de 18% anual convertible mensualmente. ¿Qué cantidad pagará por concepto de intereses en el pago 48?

Solución

Se determina el valor de los pagos:

C=\$322 541

$$i=\frac{0.18}{12}=0.015$$

n=60

$$R=\frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R=\frac{(322\ 541)(0.015)}{1-(1+0.015)^{-60}}=\frac{4\ 838.115}{1-0.409295966}=\frac{4\ 838.115}{0.590704034}=8\ 190.42$$

Una vez que se conoce el valor de los pagos (R=\$8 190.42), se calcula el saldo insoluto del periodo anterior, en este caso el pago 47.

n=60–47=13

Se sustituyen los valores en la fórmula del valor presente de una anualidad vencida:

$$C=R\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$C=8\ 190.42\frac{1-(1+0.015)^{-13}}{0.015}=8\ 190.42\frac{1-0.824027016}{0.015}=8\ 190.42\frac{0.175972984}{0.015}$$

$$C=96\ 086.18$$

Una vez que se conoce el saldo insoluto del periodo anterior (\$96 086.18), se multiplica por la tasa de interés (i=0.015):

(96 086.18) (0.015)=1 441.29

En el pago 48, $1 441.29 corresponden al concepto de intereses.

Problemas propuestos

1. ¿Cuál es el valor de los pagos bimestrales que se realizan durante 8 años para cubrir una deuda de $326 510 si la tasa de interés es de 18.6% anual convertible bimestralmente?

2. Se tiene una deuda de $118 000, la cual se amortiza con 10 pagos semestrales con una tasa de interés de 25% anual con capitalización semestral. Construye la tabla de amortización.

3. Patricia compró un automóvil con valor de $158 720 mediante un financiamiento que debe liquidar con pagos mensuales durante 3 años. Si se acuerda una tasa de 24% anual compuesto mensualmente, ¿cuál será el saldo insoluto a los 2 años?

4. Si compras un equipo de sonido con valor de $15 600 mediante 12 pagos bimestrales con una tasa de interés de 18% anual con capitalización bimestral, ¿cuánto pagas por concepto de intereses en el pago 8?

Respuestas a los ejercicios

Ejercicio 1

1. $55 506.76
2. $9 026.97
3. $10 926.44
4. $4 063.64

Ejercicio 2

1.

Número de pago	Pago trimestral	Interés (i = 0.05)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - - -	- - - - - - - -	720 000.00
1	111 399.71	36 000.00	75 399.71	644 600.29
2	111 399.71	32 230.01	79 169.70	565 430.59
3	111 399.71	28 271.53	83 128.18	482 302.41
4	111 399.71	24 115.12	87 284.59	395 017.82
5	111 399.71	19 750.89	91 648.82	303 369.00
6	111 399.71	15 168.45	96 231.26	207 137.74
7	111 399.71	10 356.89	101 042.82	106 094.92
8	111 399.71	5 304.75	106 094.96	0.04

2.

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.03)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - - -	- - - - - - - -	28 500.00
1	5 261.03	855.00	4 406.03	24 093.97
2	5 261.03	722.82	4 538.21	19 555.76
3	5 261.03	586.67	4 574.36	14 881.40
4	5 261.03	446.44	4 814.59	10 066.81
5	5 261.03	302.00	4 959.03	5 107.78
6	5 261.03	153.23	5 107.80	0.02

3.

Número de pago	Pago mensual	Interés (i = 0.01)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - - -	- - - - - - - -	7 500.00
1	1 294.11	75.00	1 219.11	6 280.89
2	1 294.11	62.81	1 231.30	5 049.59
3	1 294.11	50.50	1 243.61	3 805.98
4	1 294.11	38.06	1 256.05	2 549.93
5	1 294.11	25.50	1 268.61	1 281.32
6	1 294.11	12.81	1 281.30	0.02

4.

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.06)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - - -	- - - - - - - -	125 600.00
1	20 226.11	7 536.00	12 690.11	112 909.89
2	20 226.11	6 774.59	13 451.52	99 458.37
3	20 226.11	5 967.50	14 258.61	85 199.76
4	20 226.11	5 111.99	15 114.12	70 085.64
5	20 226.11	4 205.14	16 020.97	54 064.67
6	20 226.11	3 243.88	16 982.23	37 082.44
7	20 226.11	2 224.95	18 001.16	19 081.28
8	20 226.11	1 144.88	19 081.23	0.05

Ejercicio 3

1. $515 141.40
2. $9 437.10
3. $3 927.81
4. $68 936.91

Ejercicio 4

1. $1 643.85
2. $4 160.70
3. $1 291.03
4. $161.48

Respuestas a los problemas propuestos

1. $13 162.05
2.

Número de pago	Pago semestral	Interés (i = 0.125)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - - -	- - - - - - - -	118 000.00
1	21 313.37	14 750.00	6 563.37	111 436.63
2	21 313.37	13 929.58	7 383.79	104 052.84
3	21 313.37	13 006.60	8 306.77	95 746.07
4	21 313.37	11 968.26	9 345.11	86 400.96
5	21 313.37	10 800.12	10 513.25	75 887.71
6	21 313.37	9 485.96	11 827.41	64 060.31
7	21 313.37	8 007.54	13 305.83	50 754.47
8	21 313.37	6 344.31	14 969.06	35 785.41
9	21 313.37	4 473.18	16 840.19	18 945.22
10	21 313.37	2 368.15	18 945.22	0

3. $65 853.06
4. $207.04

Nombre:	
Grupo:	Número de cuenta:
Profesor:	Campus:

Autoevaluación

1. Una fábrica de plásticos requiere comprar equipo con valor de $320 000 mediante una serie de pagos periódicos semestrales durante 5 años y una tasa de interés de 17% anual capitalizable semestralmente. ¿De cuánto debe ser cada pago semestral?

a) $33 012.59
b) $48 770.47
c) $66 745.51
d) $68 690.11

2. El señor Rodríguez tiene una deuda de $90 000, la cual se amortizará con 5 pagos bimestrales iguales y un interés de 12% anual capitalizable bimestralmente.

Construye la tabla de amortización que corresponde a este crédito.

a)

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.05)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - -	- - - - - - -	- - - - - - -	90 000.00
1	19 800.00	1 800.00	18 000.00	72 000.00
2	19 800.00	1 800.00	18 000.00	54 000.00
3	19 800.00	1 800.00	18 000.00	36 000.00
4	19 800.00	1 800.00	18 000.00	18 000.00
5	19 800.00	1 800.00	18 000.00	0.00

b)

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.02)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - -	- - - - - - -	- - - - - - -	90 000.00
1	19 094.26	1 094.26	18 000.00	72 000.00
2	19 094.26	1 094.26	18 000.00	54 000.00
3	19 094.26	1 094.26	18 000.00	36 000.00
4	19 094.26	1 094.26	18 000.00	18 000.00
5	19 094.26	1 094.26	18 000.00	0.00

c)

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.02)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	0	0	0	90 000.00
1	19 094.26	1 800.00	17 294.26	72 705.74
2	19 094.26	1 454.11	17 640.15	55 065.59
3	19 094.26	1 101.31	17 992.95	37 072.64
4	19 094.26	741.45	18 352.81	18 719.83
5	19 094.26	374.40	18 719.86	–0.03

d)

Número de pago	Pago bimestral	Interés (i = 0.02)	Abono a capital	Saldo insoluto
0	- - - - - - - -	- - - - - - - -	- - - - - - - -	90 000.00
1	19 094.26	1 800.00	12 000.76	77 999.24
2	19 094.26	2 119.96	12 480.79	58 904.98
3	19 094.26	1 620.73	12 980.02	39 810.72
4	19 094.26	1 101.53	13 499.22	20 716.46
5	19 094.26	561.56	14 039.20	1 622.20

3. Una persona compró una recámara con valor de \$23 000 mediante un crédito que debe liquidar con pagos mensuales durante un año, con una tasa de interés de 18% anual con capitalización mensual. Al octavo pago dicha persona decide liquidar su deuda, ¿con cuánto liquidará la deuda?

a) \$13 913.26
b) \$10 084.88
c) \$8 127.51
d) \$15 913.26

4. Marlene Álvarez contrajo una deuda de \$89 500, la cual amortizará mediante 15 pagos mensuales iguales y un interés de 21% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el saldo insoluto después del quinto pago?

a) \$62 213.96
b) \$32 455.27
c) \$67 862.11
d) \$26 187.47

5. Andrés Bustamante adquirió una casa con valor de \$800 000, la cual acordó liquidar con pagos mensuales durante 10 años y una tasa de interés de 12% anual convertible mensualmente. ¿Qué cantidad pagará por concepto de intereses en el pago 92?

a) \$6 882.67
b) \$6 928.15
c) \$2 790.96
d) \$2 876.97