



INVESTIGACIÓ EN ANÀLISI
FINANCERA I DE LA INCERTESA

· UNIVERSITAT DE BARCELONA ·

Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial
Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales (UB)

RELACIONES EN LOS MERCADOS FINANCIEROS

Complejidad y Arbitraje

David Ceballos Hornero

DOCUMENT DE TREBALL: 1/00

RELACIONES EN LOS MERCADOS FINANCIEROS

Complejidad y Arbitraje

Resumen: La *Complejidad* de los Mercados Financieros no está en la cantidad (número de mercados, número de activos cotizados, volumen negociado), ni en el funcionamiento (fuerzas de oferta y demanda), sino en las relaciones que existen entre los precios de los productos que cotizan en los mercados; relaciones tanto en el espacio como en el tiempo, lo que implica convivir con una incertidumbre sobre lo que pasa en otras partes y lo que será y tener en cuenta los posibles episodios de irracionalidad (comportamiento incoherente con la maximización de beneficios) de los agentes que operan en los mercados.

En este trabajo se analiza las relaciones en y entre los mercados y el tipo y naturaleza de las operaciones de *arbitraje*, a través de las cuales se relacionan y vinculan las cotizaciones de los Mercados Financieros. Estas operaciones implican unas relaciones de igualdad (equilibrio) entre las cotizaciones de los mercados financieros.

Palabras clave: Mercados Financieros, Complejidad, Arbitraje, Irracionalidad.

David Ceballos Hornero
Grupo IAFI (Universidad de Barcelona)
Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial.

INTRODUCCIÓN.

El proceso de globalización e internacionalización financiera, con el creciente movimiento de capitales desde la SGM, va provocando una progresiva aproximación de los precios de un mismo bien en distintos lugares debido a la mayor competencia y a la convergencia en gustos y preferencias. Esto deriva en la “ley del único precio¹” o “ley de un solo precio” para bienes comercializables, la cual tiende a dominar las transacciones económicas y financieras, salvo por las cada vez más pequeñas desviaciones o perturbaciones provocadas por costes de transacción, costes de información, impuestos, trabas burocráticas,

En este contexto predominan los efectos de contagio² y de arrastre³ entre los mercados con un continuo movimiento de capitales, que impulsa tanto la demanda como la oferta. Los movimientos de capitales se guían buscando el máximo beneficio (racionalidad) y a poder ser oportunidades de beneficio seguro (arbitraje), a saber, situaciones de arbitraje⁴. Las relaciones que se establecen entre las cotizaciones en los distintos mercados financieros son consecuencia de la casi perfecta y libre movilidad de capitales, que origina que todas las opciones de inversión sean indiferentes desde el punto de vista financiero, es decir, la relación liquidez-rentabilidad-riesgo no debe ser más favorable en alguna opción (frontera eficiente). Ahora bien, cada inversor en virtud de sus preferencias y/o expectativas elegirá una u otra opción de inversión.

Los Bancos Centrales o las autoridades monetarias internacionales aunque quisieran controlar la estabilidad de los precios de los mercados económicos y financieros no pueden hacerlo por su reducido peso en los mismos. No obstante, lo que sí pueden es intentar dirigir la evolución de las relaciones entre precios y mercados con sus decisiones de política económica, lo que en términos económicos se denomina regulación.

Visto a grandes rasgos la gran cantidad de factores que intervienen en el funcionamiento de los mercados (fijación de precios) y la tendencia a que todos ellos estén de alguna forma relacionados se verá a lo largo del presente trabajo la complejidad⁵ latente en la economía actual, mediante el análisis de tres factores que explican la Economía: funcionamiento de los mercados, relaciones entre mercados y operaciones de arbitraje.

Un mercado se podría definir como el marco (lugar físico o algoritmo) común aceptado por las partes, que transaccionan, donde se intercambian determinados productos a los precios que ambas partes aceptan.

¹ Un bien se valora en un momento dado en la misma cuantía y con independencia del lugar donde se realice la transacción.

² Un movimiento en un mercado se traslada a otro mercado pudiéndose amplificar. Se denomina "contagio" porque se transmiten unos "síntomas" y luego cada mercado desarrolla o no la "enfermedad" dependiendo de su "salud".

³ Una variación en un mercado se extiende a otros arrastrándolos a continuación, pero a diferencia del anterior caso la duración del arrastre dura mientras exista una fuerza en el mercado inicial que se extienda.

⁴ Situaciones donde es posible un beneficio seguro por incoherencia entre las relaciones de precios (relaciones de desigualdad) que cotizan en los mercados.

Los elementos que caracterizan un mercado son:

- Amplitud: volumen y gama de activos negociados.
- Transparencia: nivel de información que reflejan los precios (eficiencia del mercado).
- Libertad: en la actuación y en la no existencia de barreras de entrada/salida, que influye en la significación de los precios.
- Profundidad: volumen de órdenes u operaciones.
- Flexibilidad: movilidad de capitales.

Se observa que las características que definen a un mercado se relacionan básicamente con su funcionamiento, es decir, la ejecución de los intercambios que se acuerdan en el mismo, tanto en cantidades como en precios.

Los avances en la tecnología están permitiendo que las barreras físicas no sean un obstáculo a la hora de poder entrar en un mercado con lo cual los mismos cada vez están más relacionados al no ser decisiones independientes para los agentes⁶ económicos sus operaciones en los distintos mercados.

En cuanto a los mercados financieros, tema de especial interés en este trabajo, el tipo de relaciones que se establecen entre las cotizaciones que se fijan en los mismos son mayoritariamente de arbitraje, ya que éste significa unas relaciones cercanas a la igualdad (equilibrio⁷) con unos reducidos márgenes entre los que pueden variar las cotizaciones para que la estructura global de precios sea coherente con la axiomática matemática con que se define estos mercados⁸.

Se pueden distinguir tres tipos de arbitraje, dependiendo del contexto o entorno o si se quiere la causa del mismo:

- 1) Determinista: cuando hay posibilidades de beneficio seguro y sin coste, al ser las relaciones entre las cotizaciones que se fijan en los mercados financieros de igualdad.
- 2) Aleatorio: el arbitraje se traduce en ganancias medias iguales, cuando afecta a datos futuros desconocidos en el presente.
- 3) Especulativo: creencias que mueven el mercado hacia lo esperado, que no ha de ser lo racional (máximo beneficio).

⁵ Entiéndase por complejidad aquel sistema cuya estructura no se conoce, aunque se tenga tanto una percepción global como detallada del mismo. No obstante, no se domina el sistema a ninguna escala.

⁶ Unidad decisora de un sistema económico.

⁷ Equilibrio en tanto solución al problema de negociación y como estabilidad.

⁸ Un mercado financiero en términos matemáticos es el espacio o par: composición de las carteras que se pueden formar y precios de los activos que se pueden intercambiar, los cuales se agrupan para formar las carteras. Dependiendo de las características de dicho mercado se definen toda una serie de propiedades matemáticas, que básicamente son el valor que toma una determinada función de los elementos del mercado.

Ahora bien, ha de quedar claro que cuando se habla de arbitraje no se refiere uno al oportunismo, o sea, a la consecución de beneficios extraordinarios por información privilegiada, por estafa o por posición de dominio.

De este modo la estructura del presente trabajo será la presentación de los mercados en general y su funcionamiento, a continuación las relaciones que se establecen entre ellos y finalmente el desarrollo de las operaciones de arbitraje como mecanismo de estabilización de las relaciones entre las cotizaciones de los activos que se negocian en los diferentes mercados financieros.

FUNCIONAMIENTO DE LOS MERCADOS.

Se puede partir de la definición de un mercado como donde se permite que se encuentren Oferta y Demanda de un determinado bien, servicio o producto en general. Por tanto, su funcionamiento es relativamente sencillo porque tanto si está regulado como si no, todos los mercados tienen unas reglas de funcionamiento similares⁹. Por ejemplo, en los mercados se publica la información relativa a órdenes de compra y de venta y sus volúmenes, de manera que se facilitan los intercambios al conocerse las condiciones que le interesa a cada parte. Por ello, el papel fundamental de los mercados se reduce, además de publicar esta información, a velar por el correcto funcionamiento del mismo, es decir, que las operaciones se lleven a buen término y que exista un cierto control y seguridad de y para las partes que operan.

Según su funcionamiento los mercados se pueden clasificar en directos: mercados OTC o sin intermediarios, en los que la negociación es directa entre oferta y demanda, acordando ofertante y demandante las condiciones; y en intermediados: existe una entidad intermedia que ayuda a que cada operación de demanda o de oferta encuentre su contraparte, incentivando el intercambio y el trasvase de excedentes.

La función esencial de los mercados es la formación de precios, función que se explica desde dos posiciones distintas. Desde la posición de la Teoría Económica Clásica se defiende que el precio de un bien es fruto de la interacción de las fuerzas de oferta y demanda, cuya importancia es función de los precios y volúmenes de bienes que se intercambian. De este modo, los movimientos de oferta y demanda se han venido explicando por ser el espejo de la información que había en el mercado, es decir, las dos fuerzas anteriores reflejaban el estado de la(s) Economía(s) y lo que era racionalmente era esperable de su evolución, dada una situación.

Esta explicación del porqué de los movimientos del mercado no suele ser muy seguida entre los especuladores, quienes prefieren otro tipo de análisis menos fundamental¹⁰ y cuantitativo, inclinándose por estudios más técnicos, basados en las relaciones estadísticas y repeticiones que se estiman asociadas a los diferentes ciclos económicos y financieros. Actualmente, G. Soros¹¹ argumenta a favor de un criterio de selección de inversiones más subjetivo y que tenga en cuenta tanto la creencia personal como lo que parece transmitir el mercado con sus movimientos, puesto que en última instancia los precios se forman a partir de la agregación de miles de decisiones personales. Es decir, G. Soros plantea basarse más en lo que se podría llamar una “Economía Virtual”, en el “imaginaire” de los precios en que la Economía es puro número (todo se reduce a un número, dinero).

⁹ Se piensa en la cobertura legal de los acuerdos en cantidades y precios establecidos, la obligación de cumplimiento de los acuerdos de intercambio a los que se llegan, las modalidades admitidas de pago, el sistema de comunicación oferta-demanda, etc..

¹⁰ Análisis basado en magnitudes que reflejan, según la Teoría de Finanzas, el estado actual y la expectativa futura de la empresa, sector y Economía.

¹¹ Reconocido especulador financiero.

RELACIONES ENTRE LOS MERCADOS.

La Teoría Económica distingue cuatro tipos de mercados, que se agrupan en dos clases según el carácter físico o adimensional de las principales magnitudes que se fijan en ellos:

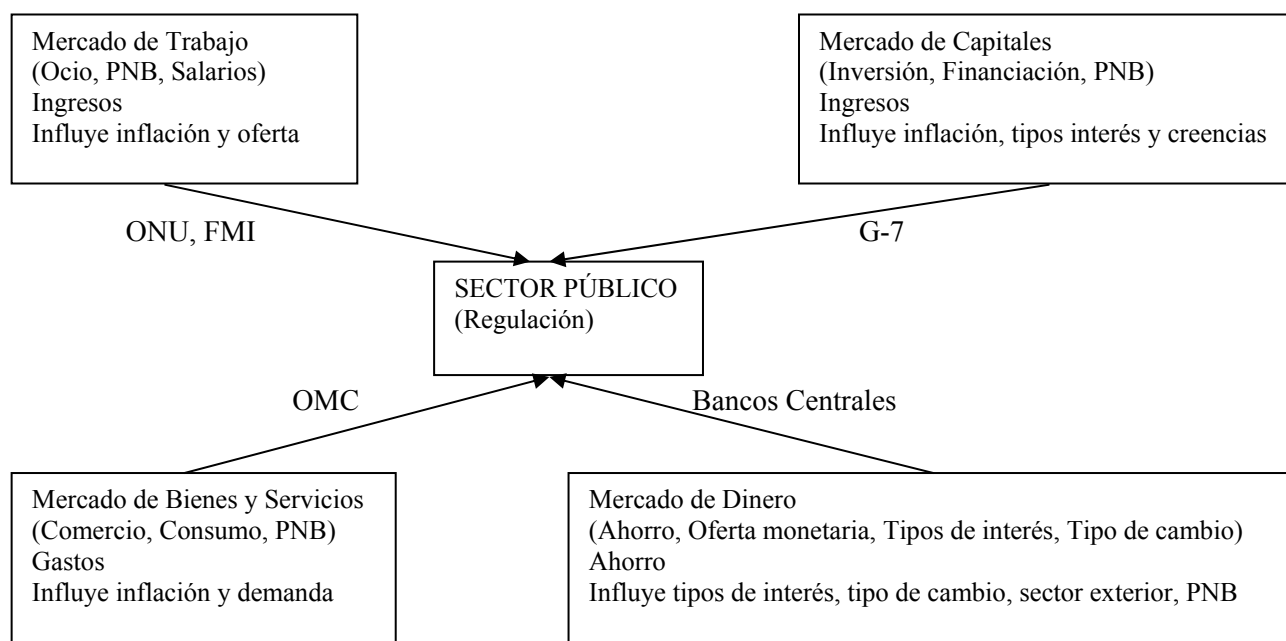
De Economía Real:

- Mercado de Trabajo (Trabajo-Ocio, PNB, Emigración, Salarios).
- Mercado de Bienes y Servicios (Comercio, Consumo, Inflación).

De Economía Monetaria:

- Mercado de Dinero (Ahorro, Tipos de Interés).
- Mercado de Capitales (Inversión-Financiación).

Las relaciones entre mercados a escala agregada se pueden sintetizar en:



ECONOMÍA REAL

ECONOMÍA MONETARIA

Las relaciones entre los diferentes mercados pasan todas por la regulación pública en tanto que es preciso un garante del correcto funcionamiento de los mismos, que atraiga a la oferta y la demanda. Entre dichas relaciones se pueden distinguir las de economía real, que conllevan aspectos sociales, de las de economía monetaria, que afecta más a las clases acomodadas y a las empresas. Dicho de otra manera, la pobreza se define desde la Teoría económica en virtud de las relaciones que surgen de los mercados de economía real, mientras que el nivel de riqueza se estima depende más de los mercados de economía monetaria.

Dentro de la clasificación de arriba los mercados financieros abarcarían a los mercados de Economía Monetaria, en concreto a los mercados de Divisas, Bonos (emisión y cancelación Deuda pública y privada), de Crédito (intermediarios financieros) y el Sistema monetario internacional (FMI y BM), que constituyen el mercado de Dinero, y los mercados bursátiles, de *commodities*, renta fija, a plazo, de derivados y OTC, que forman parte del mercado de Capitales. Los anteriores mercados pueden ser domésticos (nacionales) o internacionales, como los euromercados (emisión y negociación de bonos en moneda distinta de la del país o plaza donde se emiten).

El análisis de las relaciones esquematizadas arriba se pueden realizar desde dos posiciones o perspectivas distintas, la microeconómica y la macroeconómica. Pero ambas se basan en la noción de equilibrio, es decir, el análisis de las relaciones entre los mercados a partir de la situación de equilibrio, que se supone única.

Desde el punto de vista **Microeconómico** la argumentación se centra en el desarrollo de la Teoría del Equilibrio General, es decir, cuando se considera a los mercados económicos interrelacionados. La estructura global de los mercados se analiza desde la Teoría del Equilibrio General, desarrollada matemáticamente por L. Walras. Esta Teoría, que se opone al análisis de Equilibrio Parcial¹², se basa en suponer que las variables exógenas abarcan sólo a los datos no económicos. La Teoría del Equilibrio General se desarrolla a partir de tres ideas: existencia, unicidad y estabilidad del equilibrio, es decir, que todos los mercados puedan estar a la vez en equilibrio. Si la solución a la que lleva el modelo matemático propuesto no cumple las tres condiciones anteriores se excluye el modelo de la teoría.

Los modelos de Equilibrio General exigen la agregación de los datos en pocas categorías para obtener un modelo manejable, operativo y comprensible. A pesar de los problemas que plantea la agregación¹³ de datos, algunos autores suelen definir prototipos o categorías por las que se clasifican los datos u observaciones.

El desarrollo matemático de esta rama microeconómica ha avanzado mucho desde que L. Walras definiese el Equilibrio General Competitivo¹⁴ para “n” mercados y en cada mercado se negociaba un solo bien. Pero las “n” ecuaciones con “n” incógnitas (el precio de cada bien es función de los otros “n-1”) se complementan con la condición de equilibrio que enunció L. Walras: los excesos de demanda se compensan con los de oferta en otros mercados (excesos calculados por diferencia entre la cantidad demandada o consumida (x_i) y la dotación inicial de partida ($\bar{x}_i$)). Esto lleva a que uno de los mercados es linealmente dependiente de los otros “n-1” y, por tanto, se puede eliminar su ecuación, quedando un sistema de “n” ecuaciones y de “n” incógnitas linealmente independientes; por lo que es un sistema compatible

¹² Mercados considerados de forma aislada.

¹³ Por ejemplo el Teorema de Arrow.

¹⁴ Bajo el supuesto de competencia perfecta: oferta y demanda precio-aceptantes.

determinado, con solución y además única. Pero esto sólo se cumple si las funciones que determinan los precios de los bienes son lineales en las “n-1” variables de las que dependen.

$$\begin{cases} p(x_i) = f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) & i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n D(x_i) - O(x_i) = \sum_{i=1}^n x_i - \bar{x}_i = 0 \end{cases}$$

El Equilibrio General Competitivo también se puede definir para “n” bienes y “m” consumidores, de manera que los excesos de demanda son una función de los “n” precios y las “n·m” dotaciones iniciales. En la condición de equilibrio de Walras los excesos de demanda son en global nulos, y al ser el análisis uniperiódico, todos los bienes son consumidos, y por ello el exceso de oferta (se tiene mayor dotación de lo que se consume) se vende al precio de equilibrio del bien y se gasta en la compra de otro (exceso de demanda). Es decir:

$$\begin{cases} x_{ij} - \bar{x}_{ij} = f(p_1, \dots, p_n; \bar{x}_{1j}, \dots, \bar{x}_{nj}) & i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} - \bar{x}_{ij} = 0 \\ \sum_{i=1}^n p_i (x_{ij} - \bar{x}_{ij}) = 0 \end{cases}$$

Otra posible versión del Equilibrio General es incorporando la variable de productores (en número “l”). En este caso a las condiciones anteriores se añade que los consumidores maximizarán sus funciones de Utilidad y los productores sus Beneficios, sujetas a las condiciones de arriba, a saber, exceso global de demanda nulo y que se consuma todo.

El problema del Equilibrio General también se puede analizar temporalmente, es decir, modelizar una sucesión de equilibrios “al contado” (*Temporary equilibrium*) o presentes. En este nuevo problema es necesario definir un mecanismo de ajuste entre equilibrios como es el *Tatônnement* o “subastador” de L. Walras.

Otros análisis estudian el equilibrio en el tiempo, es decir, su duración y permanencia. Esto se relaciona con las expectativas futuras, lo que lleva al tema de la racionalidad como supuesto de partida para tratar la incertidumbre (expectativas racionales). El tratamiento multiperiódico se puede analizar desde la evolución de un modelo en el tiempo, o bien a través de modelos de generaciones solapadas, donde en cada período coexisten diferentes grupos de individuos en cuanto a sus preferencias.

Desde el punto de vista **Macroeconómico**, las relaciones entre los diferentes mercados se explican a partir de un axioma de partida sobre los mismos. Por ejemplo, está la visión keynesiana de que siempre hay recursos ociosos en el mercado laboral debido a rigideces en los mercados (lo que K. Marx denominó ejército de reserva), lo que supone que las decisiones de política económica tengan efectos en la Economía

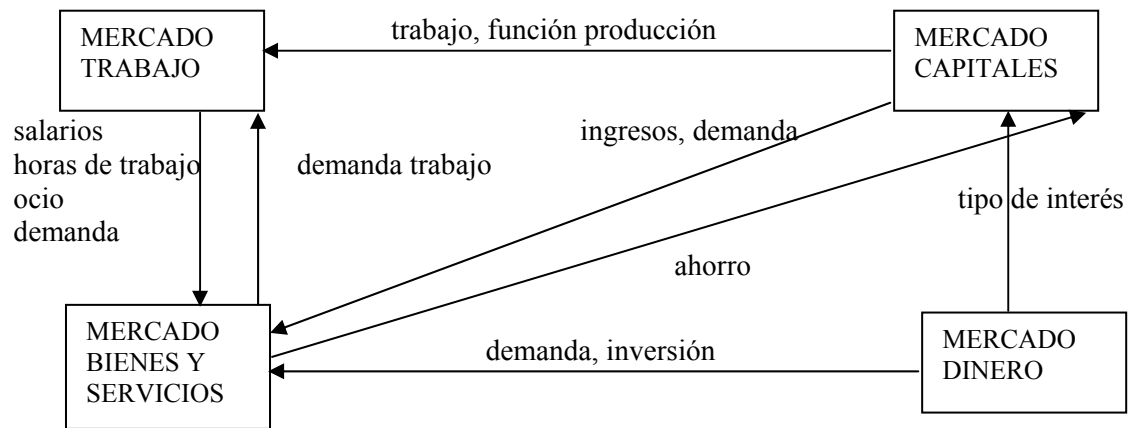
Real. Visión contrapuesta es la neoclásica en la que se parte del axioma de que todos los mercados se vacían, estando en permanente equilibrio (sin factores ociosos involuntariamente), lo que lleva a que las intervenciones del sector público en los mercados sólo tengan efectos en la Economía Monetaria.

El modelo base de análisis macroeconómico, si se parte de la Síntesis Neoclásica, es el modelo de Mundell-Fleming. Este modelo en su versión para una Economía abierta (IS-LM-BP) relaciona los equilibrios en el mercado de Bienes y Servicios (IS), en el de Dinero (LM) y en el de Sector Exterior (BP) y a partir de dichas relaciones se analizan las consecuencias de las decisiones de política monetaria, las cuales dependerán de la visión de análisis (keynesiana: LM plana o con pendiente finita y positiva; y neoclásica: LM vertical) y de los supuestos que se realicen sobre la movilidad de capitales (afecta al sector exterior BP).

Los modelos neoclásicos presuponen que todos los mercados están en equilibrio, en especial el de Trabajo, lo que lleva a una oferta agregada de bienes y servicios vertical respecto al nivel de precios (Pleno Empleo), de manera que las políticas de demanda sólo implican ajustes en precios (Economía Monetaria) en tanto que el equilibrio básico (oferta igual a demanda) está dado en cantidades (Economía Real) al ser vertical la misma, por lo que sólo las políticas de oferta que cambien las condiciones del mercado laboral y su equilibrio llevarán a una variación en la Economía Real.

Sin embargo, según la teoría keynesiana no hay equilibrio en los mercados, es decir, siempre hay recursos ociosos y en especial en el mercado de Trabajo, debido a diferentes rigideces en precios, salarios o tipos de interés (Economía monetaria). Por tanto, ahora, tanto las políticas de demanda como las de oferta tienen efectos sobre la Economía Real (PNB, nivel empleo), ya que la oferta agregada o bien es vertical respecto a las cantidades (Economía Real) o bien tiene pendiente finita, en función de la rigidez que se presuponga.

Como ejemplo explicativo de lo expuesto, si uno se centra en el análisis o en el punto de vista de una economía familiar, el mercado más interesante para la misma es el de Trabajo porque es su fuente principal de ingresos, es decir, en el mismo se determina si existe una oferta de empleo acorde a las exigencias que demandan los integrantes de la economía familiar estudiada. Esta decisión laboral lleva a nivel agregado a establecer los *stocks* globales existentes de fuerza de trabajo, capital humano y capital de manera que mediante la función de producción de la Economía se determine el nivel de producto (PNB) o renta. Dicha producción agregada saldrá al mercado de Bienes y Servicios como oferta, y en función de la demanda se determinarán el nivel de precios y el PNB de equilibrio. Pero esta demanda de Bienes y Servicios está influida por los ingresos provenientes de las rentas de trabajo, de la actuación del sector público (impuestos-gasto público) y de las rentas obtenidas en el mercado de Capitales. Por otro lado, el nivel de precios, el cual también influye en la cantidad de equilibrio del mercado de Bienes y Servicios está determinado por los salarios, la producción ofertada y demandada y por los tipos de interés fijados por el mercado de Dinero en cuanto que el mismo potenciará el ahorro o el consumo.



En un mercado financiero las relaciones se reducen a las cuantificables, es decir, relaciones de precios o cotizaciones. Estas relaciones que se expresan matemáticamente mediante igualdades, ecuaciones e inecuaciones, lo que lleva a poder operar con ellas y establecer las situaciones de equilibrio (racionalidad) y de desequilibrio (irracionalidad). En situaciones de desequilibrio suele aparecer el arbitraje para llevar al sistema hacia el equilibrio, que es lo que se tratará en el próximo epígrafe.

ARBITRAJE.

Dadas las continuas fluctuaciones en los mercados financieros es difícil asegurar que los mercados muestren unas cotizaciones coherentes globalmente, es decir, relacionadas por igualdades, lo que lleva a situaciones de desequilibrio porque la oferta y la demanda no están ajustadas. Las operaciones de arbitraje son las que corrigen estas diferencias y llevan al mercado hacia el equilibrio (relaciones de igualdad en el caso de que no existieran costes de transacción). Es decir, para entender las relaciones entre los mercados financieros se ha de analizar el concepto de arbitraje. Dentro de la Teoría de Finanzas existen tres posibles definiciones de arbitraje, que son:

- a) Arbitraje como la búsqueda del coste más bajo para conseguir una cierta posición financiera deseada o intentada (racionalidad).
- b) Arbitraje como la existencia de un *spread* o margen entre precio de compra y de venta de manera que es posible un beneficio garantizado sin riesgo, realizando simultáneamente la venta y la compra de un mismo bien o activo a precios diferentes (se suponen descontados los costes de transacción).
- c) Arbitraje o *free lunch* (tres clases):
 - presente: consiste en replicar un activo por una combinación o cartera de otros activos de tal manera que sean equivalentes (mismos pagos o *cash flows*), pero teniendo la cartera replicante un menor coste o exigiendo una menor inversión inicial (valoración de activos como replicante o duplicación más barato);
 - definición o sentido amplio: consiste en replicar un activo mediante la combinación de otros activos de manera que se consigue, al menos, los mismos pagos del primero (no tienen que ser equivalentes) y además de no requerir una mayor inversión inicial es más barato;
 - futuro: consiste en un activo sin riesgo con pago futuro no nulo y que en el presente no requiere de ninguna inversión (coste nulo). Existe arbitraje futuro porque se puede vender algo en el futuro que hoy no cuesta nada (pago positivo) o que le paguen a uno por comprar algo en el futuro que hoy regalan (pago negativo).

Estas tres definiciones de arbitraje reflejan la misma idea: la posibilidad de un beneficio seguro, sin riesgo.

La noción de arbitraje o la posibilidad de arbitraje se basa en el no cumplimiento de la ley de “un solo precio”, según la cual bajo condiciones deseables (sin barreras de entrada/salida a los mercados, sin costes de transacción, ...) existe solamente un único precio para cada bien o activo en cada mercado y en cada instante. Además el proceso de globalización de los mercados financieros supone la apertura de todos los mercados financieros, tendiendo a uno único global, por tanto, lleva a unas posibilidades de arbitraje tanto a nivel nacional como internacional.

Debido a que el arbitraje surge en situaciones de desequilibrio, el mismo no puede ser explicado en mercados completos y eficientes. Es decir, para garantizar la no existencia de posibilidades de arbitraje en un modelo financiero se suelen imponer los siguientes supuestos:

- divisibilidad infinita de los activos;
- ausencia de costes de transacción;
- ausencia de *spread* o márgenes sin riesgo;
- precios continuos;
- comportamiento racional (siempre quiera mayor rentabilidad y menos riesgo);
- información perfecta;
- todos los activos son replicables;
- posibilidad de ventas al descubierto.

O sea, que los mercados financieros sean completos y eficientes.

El arbitraje se puede analizar en tres contextos diferentes:

- a) de certeza, posibilidad de *spread* no nulos;
- b) de incertidumbre (por aleatoriedad), en donde se define arbitraje en un mercado completo y eficiente como una cartera admisible (autofinanciada: el cambio de estrategia, composición activos, no altera su valor; y cuyo valor está acotado inferiormente) con valor nulo inicial y valor final no nulo. $V(0) = 0$, $V(T) \geq 0$ y $P[V(T) > 0] > 0$;
- c) de especulación, por error colectivo inducido.

A) El arbitraje en contexto de certeza se produce, por ejemplo, cuando existen márgenes de compra-venta que aparecen por la incoherencia de las cotizaciones, como puede ser en las divisas, tanto márgenes directo (cotización euro/USD en Londres y en Nueva York), como indirecto o cruzado (cotizaciones de euro/libra, libra/USD y euro/USD).

Otro ejemplo sería la paridad de intereses cubierta, según la cual: $\frac{F_p - S}{S} = i_p - i_p^*$. En esta ecuación, la tasa de incremento en el cambio del tipo de cambio al contado (S) y su valor a un plazo “p” (F_p) es igual a la diferencia entre el tipo de interés nacional (i_p) y el del país cuya moneda se compara en el tipo de cambio con la nacional a ese plazo (i_p^*).

Otro ejemplo sería la relación de precios:

$$\text{Base} = \text{Precio Futuro} - \text{Precio Contado} = \text{Coste Neto de Financiación},$$

ya que si $B > \text{CNF}$ habría arbitraje comprando al contado y vendiendo a futuros y si $\text{CNF} > B$ el arbitraje se daría mediante la operación contraria.

B) En cuanto al arbitraje en ambiente de incertidumbre, se puede definir tanto en tiempo discreto como en tiempo continuo.

Tiempo discreto:

$$V(T, w) = \sum \Theta_i(T) \cdot S(T, i, w) \geq 0 \quad \forall w \in \Omega \text{ y } \exists \hat{w} \in \Omega / V(T, \hat{w}) > 0. \text{ Hay arbitraje si } V(0) = 0$$

Tiempo continuo:

$$P[V(0) = 0] = 1. \text{ Hay arbitraje si } P[V(T) \geq 0] = 1 \text{ y } P[V(T) > 0] > 0$$

Así pues, en un contexto de incertidumbre es necesario recurrir a la probabilidad y a la estadística para comprender la existencia de posibilidades de arbitraje. Es decir, es preciso recurrir a una condición de tipo estadístico para establecer la no existencia de posibilidades de arbitraje. Se distinguen tres niveles de incertidumbre (aleatoriedad) existente en los mercados financieros y en la valoración de activos:

- 1) incertidumbre privada, sobre el mundo real o cuál es la distribución de cotizaciones futuras (P).
- 2) incertidumbre de mercado, sobre un mundo neutral al riesgo, paso de la probabilidad real (P) a una equivalente (Q) en donde las cotizaciones se estudian bajo el supuesto de no posibilidad de arbitraje. Incertidumbre sobre la calidad de Q.
- 3) incertidumbre de tasas o tipos de interés, en mundo neutral al riesgo bajo los supuestos de no arbitraje, mercados perfectos (completos y eficientes) aún queda la incertidumbre sobre los tipos de interés, variable base para la valoración financiera.

1) Normalmente cuando la aleatoriedad está presente en los resultados o valores futuros, el arbitraje se presenta como un *free lunch*, es decir, se valora un activo, una cartera o una inversión mediante el “replicante” más barato. Un ejemplo de esto sería la valoración de un F.R.A., que tiene un valor determinista en caso de no arbitraje. Un F.R.A. es una operación por la que se intercambia, en un período futuro en relación al momento en que se contrata, un pago a interés fijo (X) por otro variable (aleatorio), de manera que al final del período se liquida por diferencia de tipos. Como es una operación a corto plazo (un período) se valora bajo el régimen de interés simple. Un F.R.A. con un nominal de una unidad monetaria se puede replicar mediante la venta de un bono cupón cero de nominal una unidad monetaria que vence al inicio del F.R.A. (t_1) y la compra de $(1 + X \cdot [t_2 - t_1])$ unidades de un bono cupón cero de nominal una unidad monetaria y que vence al final del F.R.A. (t_2). Así en t_2 , al final de la operación, el F.R.A. vale (supuesto que el bono cupón cero que se vende se reinvierte al tipo de interés existente entre t_1 y t_2 una vez que vence):

$$1 + R(t_1, t_2) \cdot [t_2 - t_1] - (1 + X \cdot [t_2 - t_1]) = [R(t_1, t_2) - X] \cdot [t_2 - t_1]$$

que coincide con el valor real de la operación a su vencimiento. Por tanto, si no hay arbitraje la cartera replicante a base de bonos cupón cero ($P(\cdot)$ el valor de un bono cupón cero) debe valer lo mismo que el F.R.A. en el origen de la operación, pues ambas posibilidades prometen lo mismo.

2) En segundo lugar, la condición de no arbitraje se puede definir en un mundo neutral al riesgo como: “en un mercado completo no hay posibilidades de arbitraje, si y sólo si, existe una medida Q

equivalente a la real P bajo la cual los precios relativos de los activos son una martingala respecto a la filtración que recoge la historia de los precios relativos hasta el momento “ t ”.

$$E\left(\frac{S_i(T)}{S_0(T)} / F_t\right) = \frac{S_i(t)}{S_0(t)} \quad \forall T \geq t.$$

Es decir no se espera un cambio en los precios relativos, ya que en dicho

caso entonces sería mejor la opción del activo que se espera que se revalorice relativamente más.

Esta medida Q es la denominada medida neutral al riesgo, ya que la misma es una medida de probabilidad alternativa a la real (son equivalentes), dando así nacimiento a un universo virtual donde los estados del mundo no son modificados (respecto al real), pero donde las probabilidades de ocurrencia correspondientes si lo han sido. El nombre de “neutral al riesgo” viene porque en este mundo virtual existe una neutralidad de los diferentes instrumentos financieros cara a cara con el riesgo; ellos se comportan en media como el activo sin riesgo (son martingalas los precios relativos, no se esperan que varíen una vez actualizados al tipo de interés sin riesgo).

Ejemplos de este tipo de arbitraje son la paridad descubierta de intereses, según la cual $E(\Delta S_p) = i_p - i_p^*$. Es decir, la esperanza en el cambio a un plazo “ p ” en el tipo de cambio al contado entre dos monedas es igual a la diferencia entre los tipos de interés presentes a ese plazo de dichos dos países.

Otro ejemplo es en el mercado de Derivados cuando el activo sobre el que cotiza un futuro no coincide con el activo subyacente real, es decir, el que se intercambia. Más ejemplos similares se tienen cuando existen activos no replicables o activos dependientes de valores futuros desconocido. En dichos casos puede existir un arbitraje con riesgo, es decir, no se puede asegurar un beneficio seguro con la estrategia de arbitraje, aunque en media se asegura un beneficio garantizado.

3) Un ejemplo concreto de lo comentado arriba es el tema de valoración de opciones financieras, que son un derecho a intercambiar un activo en el futuro (comprarlo o venderlo) a un precio fijado hoy. Con ello se pasa al tercer nivel de incertidumbre. El valor de una opción de compra sobre un bono cupón cero con precio de ejercicio K , valor del bono cupón cero $P(\cdot)$ y vencimientos del bono en “ s ” y de la opción en “ f ” con $f < s$, es:

$$C(t) = \text{Precio en } t \text{ de } \max\{P(f, s) - K, 0\} = \exp\left(-\int_t^f i(u) \cdot du\right) \cdot E_Q\left[(P(f, s) - K)^+ | F_t\right];$$

$$C(t) = P(t, s) \cdot \Phi(c_1) - K \cdot P(t, f) \cdot \Phi(c_2)$$

El valor de una opción de compra sobre una acción (B&S) viene dado por la expresión:

$$C(t) = S(t) \cdot \Phi(d_1) - K \cdot \exp(-i \cdot (f - t)) \cdot \Phi(d_2)$$

El valor de un activo financiero no derivado en contexto de incertidumbre viene dado por la

$$\text{expresión: } S(t) = E_Q \left[S(f) \cdot \exp \left(- \int_t^f i(u) \cdot du \right) \middle| F_t \right].$$

No obstante, este último ejemplo como los anteriores enunciados se evalúa en un mundo neutral al riesgo porque se parte de que su valor coincide con la esperanza de la cotización del activo estudiado. La diferencia del tercer nivel en relación al segundo es que ahora no sólo se conocen las cotizaciones futuras en términos de probabilidades, sino que los tipos de interés (base de la valoración financiera pues permiten comparar cantidades monetarias en distintos momentos de tiempo) también se conocen sólo en términos probabilísticos.

C) El arbitraje especulativo o en contexto de especulación aparece por la incertidumbre (en sentido amplio) y por la ignorancia presente en los agentes económicos. Los seres humanos tienen una capacidad de análisis limitada (racionalidad limitada) en tanto que no son capaces de procesar una cantidad de información indefinida ni inferir de ésta conclusiones coherentes y válidas. Esta limitación implica que el error y la irracionalidad sean componentes que en mayor o menor medida, dependiendo del individuo, se vean reflejados en la conducta y tomas de decisiones del inversor. Si a esto se añade la complejidad y la incertidumbre latente en los mercados financieros, se complica e incluso a veces impide al inversor llegar a conclusiones coherentes con la realidad que observa. Además el oportunismo (engaño), el riesgo moral (incentivos), la selección adversa (escoger los peores) y la atomización de las decisiones (precio aceptantes) refuerzan el hecho de que el inversor se enfrente a un mercado que ni controla ni comprende. Pero, por otra parte, la no linealidad de la evolución de los precios provoca que “pequeñas causas tengan grandes efectos” (comportamiento caótico), por lo que el error en las previsiones fundamentadas en modelos matemáticos continuos y donde las cotizaciones son valores de variación discreta, implica que los pequeños errores de medida o aproximación deriven en previsiones futuras totalmente desacertadas, sin que por ello el modelo de base sea incorrecto.

Según G. Soros la evolución de los precios financieros refleja dos tipos de influencias, de una parte la influencia de las órdenes individuales del inversor (pequeñas causas pueden tener grandes efectos y viceversa) que tienen un efecto de arrastre o de contagio sobre otras órdenes sucesivas; de otra parte, la influencia del mercado (operaciones realizadas y pendientes) que es una de las bases de la formación de expectativas del inversor.

Esta influencia recíproca entre mercado e inversor en la formación de los precios y las relaciones entre las cotizaciones de los mercados, que ya se han visto, llevan a que la complejidad latente en los mercados financieros no se pueda explicar desde modelos matemáticos y se tenga que recurrir a teorías más sutiles que no tienen una versión en lenguaje matemático. Así por ejemplo, G. Soros propone una explicación de los mercados financieros basada en las creencias y expectativas, ya que en última instancia

esto es lo que impulsa a actuar a los inversores, cuya actuación determina la formación de precios. En dicho sentido, no existe una lógica o una coherencia racional en los comportamientos de los inversores, y además la evolución de los precios que de ellos se deriva refleja situaciones de mercados irracionales (no concordancia con los resultados de maximización beneficios).

Pero aún en este panorama funciona el arbitraje como mecanismo de relación y control de las variaciones en las cotizaciones en los diferentes mercados financieros. No obstante, este arbitraje ya no es estático en tanto que depende de la evolución futura de los precios, pero no como en los casos precedentes donde el arbitraje estaba asegurado en términos absolutos o en media, sino que depende de las creencias e impulsos masivos de los inversores. A esto el autor lo denomina como arbitraje especulativo, que viene de la complejidad e incertidumbre de los mercados financieros que lleva a que los mismos se comporten de manera irracional de modo que una operación que matemáticamente sería arbitraje (beneficio seguro) a la hora de la verdad puede dar pérdidas al haberse presupuesto la racionalidad de los mercados.

Evidentemente, esta nueva situación exige la introducción de un nuevo axioma que introduzca la “irracionalidad” en el modelo base para poder definir la operación de arbitraje o beneficio seguro. Un posible candidato podría ser que “los mercados se contagian”, por ejemplo, debido a la influencia recíproca inversor-mercado que G. Soros defiende. Otro posible supuesto de partida es que los mercados financieros “tardan en rectificar” cuando se equivocan (irracionalidad) o “sobrerreaccionan”.

La irracional se traduce en que a cada instante habría posibilidades de arbitraje siguiendo la dinámica del mercado y siempre que se sepa cambiar de estrategia cuando el mercado invierta su tendencia. Por ejemplo, si el mercado está subiendo se compraría un activo con la esperanza de revenderlo más tarde cuando el precio haya subido más, pero por si acaso el mercado cambia de tendencia se compraría también una opción de venta sobre dicho activo al precio que se ha comprado. Seguramente, los vaivenes habituales del mercado no permitan un beneficio seguro por esta operación porque no superan el peso de los costes de transacción de la operación, pero ante un acontecimiento notorio, por ejemplo, la gran caída en el índice Dow Jones (Bolsa NY) de los pasados 6 y 7 de marzo. El lunes la Bolsa española no se contagió de esta bajada, por lo que había posibilidad de arbitraje por efecto contagio y de sobrerreacción. Así, si se hubiese comprado una opción de venta sobre Telefónica, que al cierre del lunes cotizaba a 32'02 euros (prima de 0'96), y se hubiese liquidado el miércoles a su menor valor de cotización (30'32) se hubieran realizado unas ganancias de 0'74 euros por acción ($32'02 - 30'32 - 0'96 = 0'74$), lo que supone un beneficio del 77'08% sobre la prima (coste operación). Sin embargo, la cotización de la acción pasó del cierre del lunes de 32'60 a un valor mínimo el miércoles de 30'32, es decir, una caída del 7% sobre el valor inicial de la acción (sin descontar costes transacción) que es superior al 5'5% que bajó el Dow Jones, reflejando la sobrerreacción. Evidentemente, este efecto de sobrerreacción no es predecible, aunque sí el efecto contagio. Pero dependiendo de cómo vaya evolucionando la cotización se puede intuir si sobrerreacciona con tiempo suficiente como para obtener unas ganancias por arbitraje especulativo. De aquí que el arbitraje especulativo

no sea estático, sino que es dinámico; exige un seguimiento de la evolución de los precios de los activos para detectar los efectos contagio y de sobre-reacción.

CONCLUSIONES.

El sistema capitalista es un sistema económico con vocación globalizadora, es decir, necesita crecer constantemente para “sobrevivir” y no ser su propia víctima. Pero esta globalización no afecta solamente a la caída de barreras entre los mercados de distintos países, sino también entre todos los mercados interiores. Debido a estas circunstancias se han ido desarrollando toda una serie de relaciones de dependencia entre los precios o cotizaciones de los activos que se negocian en todos los mercados, por lo que lleva a sospechar que su evolución no se pueda considerar totalmente aleatoria; a saber, que la Oferta y la Demanda de un mercado no sean fuerzas independientes entre sí, sino que exista una cierta componente determinista, fruto de las dependencias y relaciones entre los mercados. De este modo, las variaciones no son aleatorias e inexplicables, sino que responden a cierto control y dirección impuesto por la estructura de relaciones de los mercados.

Se ha visto que con independencia de la información y racionalidad existente en los mercados financieros (su eficiencia) siempre se pueden dar operaciones de arbitraje que establecen relaciones o unos márgenes de variabilidad entre las cotizaciones de los productos de estos mercados. Por tanto, queda patente que los mercados financieros actuales siguen pautas de evolución bastante complejas, pero que se pueden percibir y no reducir a un incomprensible azar.

BIBLIOGRAFÍA.

- Diccionario de Términos Económicos (1.994). Acento Editorial. Madrid.
- Asimakopulos, A. (1.978): Microeconomics. OUP. Canadá.
- Climent Diranzo, F. y Meneu Ferrer, V. (1.999): “La globalización de los mercados financieros internacionales”. Actualidad Financiera, nov. 1.999, pp. 3-16.
- Coll Solà, J. (1.995): Mercados Bursátiles. UPC. Barcelona.
- Devolder, P. (1.999): “De la mesure neutre au risque a la mesure forward-neutre”. Barcelona.
- Elliot, R. (1.999): Mathematics of financial markets. Springer. USA.
- García Olalla, M. y Fernández, A.I. (1.992): Las decisiones financieras de la empresa. Ariel Economía. Barcelona.
- Gil Aluja, J. y Kaufmann, A. (1.993): Técnicas especiales para la gestión de expertos. Milladoiro. Santiago de Compostela.
- Lamberton, D. y Lapeyre, B. (1.996): Introduction to stochastic calculus applied to finance. Chapman&Hall. Great Britain.
- Larraín, F. y Sachs, J. (1.994): Macroeconomía en la Economía Global. Prentice Hall., México.
- Ontiveros, E. et alii (1.991): Mercados financieros internacionales. Espasa Calpe. Madrid.
- Parejo Gamir, J. et alii (1.998): Manual de sistema financiero español. 11ª ed. Ariel Economía. Barcelona.
- Segura, J. (1.986): Análisis Microeconómico. Barcelona.
- Soros, G. (1.998): La crisis del capitalismo global. USA.
- VV.AA. (1.987): The New PALGRAVE. A dictionary of economics.
- Wilhelm, J. (1.985): Arbitrage Theory. Introductory lectures on arbitrage based financial asset pricing. Springer-Verlag. Germany.
- Williamson, O. (1.991): Mercados y jerarquías: su análisis y sus implicaciones antitrust.. CFE. México.